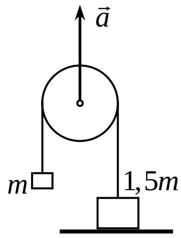
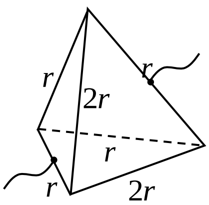
Отборочный тур
Отраслевой физико-математической олимпиады «Росатом»,
2019-2020 учебный год,
физика, 11 класс
(комплект 1)

1. Человек начинает бежать по эскалатору, движущемуся вверх, с ускорением a. Добежав до середины эскалатора, человек мгновенно останавливается (относительно эскалатора), разворачивается и начинает бежать вниз с таким же по величине ускорением. В течение какого времени человек будет находиться на эскалаторе? Длина эскалатора l, скорость u.

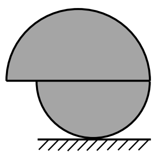
2. С одноатомным идеальным газом происходит процесс, в котором его теплоемкость остается постоянной, а газ совершает работу A ($A>0$). Затем с газом происходит изохорический процесс, в котором его температура возвращается к первоначальному значению, а газ получает количество теплоты $Q=3A/2$. Определить молярную теплоемкость газа в первом процессе.



3. Через блок перекинута невесомая и нерастяжимая веревка, прикрепленная к двум телам массой m и $1{,}5m$ (см. рисунок). Тело массой m висит, тело массой $1{,}5m$ лежит на горизонтальной опоре. С каким ускорением надо поднимать блок, чтобы второе тело оторвалось от опоры?



4. Из проволоки сделали пирамиду, сопротивления всех ребер которой показаны на рисунке. Пирамиду включили в электрическую цепь между серединами противоположных сторон (см. рисунок). Найти сопротивление пирамиды.



5. Из листа фанеры вырезали два полудиска - радиуса r и $R=1{,}2r$ и склеили их по диаметру так, как показано на рисунке. Существует ли у такой системы положение равновесия с опорой на меньший диск? И если да, то чему равен угол между общим диаметром полудисков и поверхностью в положении равновесия. Как будет меняться этот угол в пределе $R\to r$? А в пределе $R\to\infty$? Будет ли это положение устойчивым? Объяснить полученные результаты. **Указание.** Центр тяжести полудиска радиуса R находится на расстоянии $4R/3\pi$ от его центра.

Решения

1. Зависимость координаты человека x от времени t в системе координат, связанной с землей с началом координат, находящимся в нижней точке эскалатора, и осью x, направленной вдоль эсклатора, имеет вид

$$x(t)=ut+\frac{at^2}{2} \qquad (*)$$

Когда человек добежал до середины эскалатора, закон (*) дает

$$\frac{at_1^2}{2}+ut_1-\frac{l}{2}=0$$

где t_1 - время движения человека вверх до середины эскалатора. Отсюда

$$t_1=\frac{-u+\sqrt{u^2+al}}{a}$$

(второй корень является отрицательным). Закон движения человека вниз (в той же системе координат; время отсчитывается от момента разворота) имеет вид

$$x(t)=\frac{l}{2}+ut-\frac{at^2}{2}$$

Для возвращения человека в нижнюю точку эскалатора этот закон дает

$$\frac{at_2^2}{2}-ut_2-\frac{l}{2}=0$$

где t_2 - время движения человека до нижней точки эскалатора. Отсюда

$$t_2=\frac{u+\sqrt{u^2+al}}{a}$$

(второй корень является отрицательным). Поэтому время возращения человека в нижнюю точку эскалатора равно

$$\Delta t=t_1+t_2=\frac{2\sqrt{u^2+al}}{a}$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Использован правильный закон равноускоренного движения для подъема – 0,5 балла
2. Правильное время подъема – 0,5 балла
3. Использован правильный закон равноускоренного движения для спуска – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

2. Поскольку во втором (изохорическом) процессе $Q>0$, то газ в нем нагревается $\Delta T_2>0$. Следовательно, изменение температуры газа в первом процессе отрицательно $\Delta T_1=-\Delta T_2<0$. Поэтому применение первого закона термодинамики к первому процессу дает

$$\nu C\Delta T_1=\frac{3}{2}\nu R\Delta T_1+A \qquad \Rightarrow \qquad -\nu C\Delta T_2=-\frac{3}{2}\nu R\Delta T_2+A$$

где ν - количество вещества (число молей) газа, C - его молярная теплоемкость. Здесь учтено, что количество теплоты, полученное газом в первом процессе, есть $Q_1=\nu C\Delta T_1$. Отсюда

$$\Delta T_2=\frac{A}{\nu\left((3/2)R-C\right)}$$

Поэтому применение первого закона термодинамики ко второму процессу дает

$$Q=\frac{3}{2}\nu R\Delta T_2=\frac{3}{2}\frac{AR}{\left((3/2)R-C\right)} \qquad \Rightarrow \qquad C=\frac{3}{2}R\frac{Q-A}{Q}=\frac{1}{2}R$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная идея решения - использование первого начала термодинамики - 0,5 балла
2. Правильное использование первого начала термодинамики для первого процесса – 0,5 балла

3. Правильное использование первого начала термодинамики для второго процесса – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

3. При нулевом ускорении блока сила натяжения веревки равна mg. Если «включить» ускорение блока, тело массой m начнет подниматься вверх, и, следовательно, сила натяжения веревки увеличится. При некотором ускорении блока сила натяжения станет равна $1,5mg$, и тогда второе тело оторвется от опоры. Для нахождения этого ускорения рассмотрим случай малых ускорений блока (когда второе тело от опоры не отрывается), найдем силу натяжения веревки, и исследуем возможность ее увеличения до величины $1,5mg$. Итак, пока тело с массой $1,5m$ не отрывается от опоры второй закон Ньютона для тела массой m дает (в проекциях на ось, направленную вертикально вверх)

$$T - mg = ma_1$$

где T - сила натяжения веревки, a_1 - ускорение тела массой m. Пока второе тело не отрывается от опоры, ускорение тела массой m будет в два раза больше ускорения блока, поскольку при смещении блока на некоторое расстояние тело массой m будет подниматься на вдвое большее расстояние. Поэтому

$$T = 2ma + mg$$

Из этой формулы следует, что сила натяжения веревки становится равной $1,5mg$ при

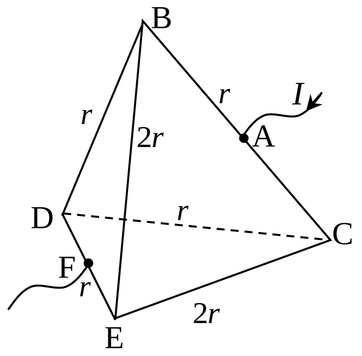
$$a = \frac{g}{4}$$

Следовательно, второе тело оторвется от опоры при

$$a \geq \frac{g}{4}$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильно использован второй закон Ньютона для случая неотрыва тела от поверхности – 0,5 балла
2. Правильная связь ускорений двух тел для случая неортыва третьего тела от поверхности – 0,5 балла
3. Правильное условие отрыва третьего тела от поверхности – равенство нулю силы реакции опоры – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

4. Пусть в пирамиду в узел А (см. рисунок) втекает ток I. Найдем падение напряжения на пирамиде, а затем и ее сопротивление. Очевидно (благодаря симметрии цепи), что в узле А ток делится пополам.



Найдем как делится ток в узлах В и С. Пусть в узле В ток делится так – ток I_1 течет через проводник с сопротивлением R, ток I_2 течет через сопротивление $2R$. (Конечно, благодаря симметрии цепи, и в узле С ток разделится в той же пропорции). Поэтому на участке DF течет ток $2I_1$, на участке EF - $2I_2$. Поскольку падение напряжения на участке AF, вычисленное по проводникам AB-BD-DF, равно падению напряжения, вычисленному по проводникам AC-CE-EF, имеем для токов I_1 и I_2

$$I_1 + I_2 = \frac{I}{2}$$

$$\frac{I}{2} \cdot \frac{r}{2} + I_1 \cdot r + 2I_1 \cdot \frac{r}{2} = \frac{I}{2} \cdot \frac{r}{2} + I_2 \cdot 2r + 2I_2 \cdot \frac{r}{2}$$

Отсюда находим

$$I_1 = \frac{3}{10} I, \qquad I_2 = \frac{2}{10} I$$

А теперь и напряжение между узлами А и В

$$U = \frac{I}{2} \cdot \frac{r}{2} + \frac{3I}{10} \cdot r + \frac{6I}{10} \cdot \frac{r}{2} = \frac{17}{20} Ir$$

Отсюда получаем

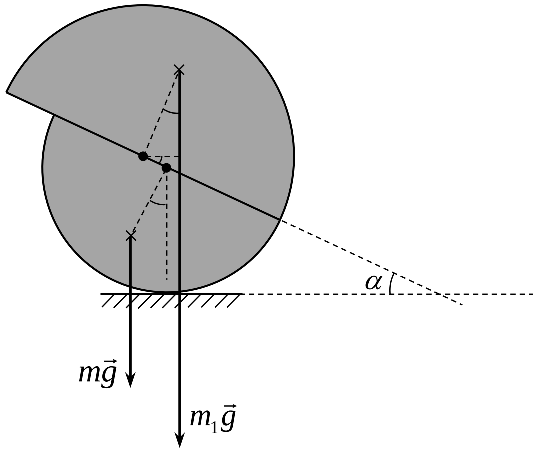
$$R_{об} = \frac{U}{I} = \frac{17}{20} r$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная идея решения – по заданному току найти напряжение U_{AF} (с использованием симметрии цепи) – 0,5 балла
2. Использование закона Ома для установления связи токов в разных коленах цепи - 0,5 балла
3. Правильное нахождение всех напряжений по закону Ома для участка цепи - 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

5. Понятно, что положения равновесия, отклоненного влево от положения дисков, показанного на рисунке, нет. Действительно, центр тяжести большого диска находится левее точки касания нижнего диска и опоры, а при повороте всей конструкции влево центр тяжести большого диска смещается больше, чем центр тяжести малого, и моменты сил тяжести для большего и меньшего дисков относительно точки опоры не смогут компенсировать друг друга. Таким образом, если диск предоставить самому себе в положении, показанном на рисунке в условии, он упадет. Но условие задачи поставлено по-другому – необходимо найти положение равновесия склеенных полудисков с опорой на меньший диск, причем необязательно то, куда эта конструкция придет сама из положения, показанного на рисунке. Поэтому отклоним диски вправо и попробуем найти равновесие в таком положении. Ясно, что такое равновесие можно найти даже для очень большого (и тяжелого) верхнего диска: если его отклонить так, что центр тяжести большого диска будет над точкой касания, и тогда его момент может оказаться небольшим (малое плечо) и может быть компенсирован даже небольшим моментом малого диска.

Итак, пусть диски отклонены от положения, показанного на рисунке, так, что угол, который составляет их диаметр с землей, равен α (см. рисунок; для упрощения вычисления плеч сил все углы α отмечены на рисунке дугами). В положении равновесия сумма моментов всех сил относительно любой точки должна быть равна нулю. Поскольку силы тяжести полудисков приложены к их центрам тяжести, а центры тяжести находятся напротив их центров на расстоянии $4R/3\pi$ от центра, то условие моментов относительно точки касания нижнего диска и земли дает

$$mg\gamma r\sin\alpha = m_1 g\left(\gamma R\sin\alpha-\left(R-r\right)\cos\alpha\right)$$



где m и m_1 - массы малого и большого полудисков соответственно, r и R - их радиусы, $\gamma = 4/3\pi$ - отношение расстояние от центра тяжести полудиска до его центра к радиусу. Поскольку массы полудисков пропорциональны квадратам их радиусов, из этой формулы находим

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{R_1^2}{\gamma\left(R_1^2+RR_1+R^2\right)} = \frac{3\pi R_1^2}{4\left(R_1^2+RR_1+R^2\right)} \approx 0,30\pi \approx 0,93 \quad (*)$$

Неожиданным является предельный переход $R \to r$.

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\pi}{4} \approx 0,785 \quad (\alpha \approx 38°) \qquad (**)$$

И это при том, что в этом случае диск является однородным, и, казалось бы, его диаметр должен занять горизонтальной положение. Эти рассуждения неверны. Действительно, поскольку однородный диск может занимать любое положение; то он займет такое положение, которое будет положением устойчивого равновесия для бесконечно малого отличия дисков друг от друга, которое и определяется формулой (*).

При $R \to \infty$ из формулы (*) получаем

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{3\pi}{4} = 2,355 \quad (\alpha \approx 67°) \qquad (***)$$

Этот переход еще более удивительный. Ведь, казалось бы, при бесконечных размерах верхнего полудиска момента силы тяжести, действующей на нижний полудиск, не сможет его скомпенсировать. Неверно! Компенсация момента верхнего полудиска может произойти, но только при нулевом плече силы тяжести относительно точки касания (тогда даже при $R \to \infty$ момент силы тяжести, действующей на верхний полудиск, относительно точки опоры будет конечным). Именно к такому положению и приводит формула (***). Действительно, при $R \gg r$ центр тяжести верхнего полудиска окажется в точности над точкой касания нижнего полудиска и опоры.

Очевидно, все рассмотренные равновесия являются неустойчивыми. Действительно, если предоставить полудиски самим себе из положения, показанного на рисунке в условии задачи. Тогда вся конструкция будет падать влево. Поэтому ее отклонение вправо приводит к увеличению потенциальной энергии склееных полудисков. А поскольку положение равновесия – одно, то оно отвечает максимуму потенциальной энергии. Т.е. это положение равновесия – неустойчиво.

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильное использование условия равновесия тела – равенство нулю моментов сил относительно центра нижнего полудиска – 0,5 балла
2. Правильное уравнение моментов – 0,5 балла

3. Правильный ответ для угла, который плоскость касания полудисков составляет с горизонтом, анализ устойчивости равновесия – 0,5 балла
4. Правильный анализ и объяснение предельных случаев, которые сформулированы в условии – 0,5 балла

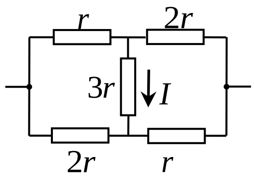
Оценка работы. Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. «Полуцелая» оценка не округляется.

Отборочный тур
Отраслевой физико-математической олимпиады «Росатом»,
2019-2020 учебный год,
физика, 11 класс
(комплект 2)

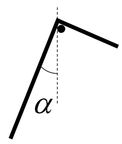
1. Три машины одновременно выехали из города А в город В и ехали с постоянными скоростями. Первая машина - со скоростью v, вторая - $2v/3$. Известно, что вторая машина пришла в город В на время Δt позже первой машины, а третья – на такое же время позже второй. Найти скорость третьей машины.

2. Горизонтальный цилиндрический сосуд длиной l разделен на две части подвижной перегородкой. С одной стороны от перегородки содержится 1 моль кислорода, с другой – 1 моль гелия и 1 моль кислорода, а перегородка находится в равновесии. В некоторый момент времени перегородка становится проницаемой для гелия и остается непроницаемой для кислорода. Найти перемещение перегородки. Температура не меняется в течение всего процесса.

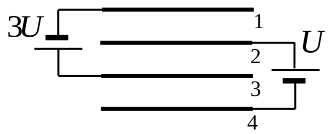
3. К электрической цепи, схема которой приведена на рисунке, приложили некоторое напряжение. Известна сила тока I, текущего через центральное сопротивление. Найти силу тока через верхние сопротивления r и $2r$. Значения всех сопротивлений приведены на схеме.



4. Однородный стержень длиной l сгибают под прямым углом в точке, делящей стержень в отношении 2:1. Стержень повешен на горизонтально расположенную ось (см. рисунок). Найти угол α между длинной стороной прямого угла и вертикалью.



5. Четыре параллельные пластины находятся на равных расстояниях друг от друга. Пластины попарно подключают к источникам напряжения U и $3U$ как это показано на рисунке. Найти разность потенциалов между пластинами 2 и 3 $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_3$. Краевыми эффектами пренебречь.



Решения

1. Пусть расстояние между городами равно l. Тогда для времени Δt отставания второго автомобиля от первого имеем

$$\Delta t = \frac{l}{(2v/3)v} - \frac{l}{v} = \frac{l}{2v} \qquad (*)$$

А для времени отставания третьего автомобиля от второго –

$$\Delta t = \frac{l}{v_3} - \frac{l}{(2v/3)} \qquad (**)$$

где v_3 - скорость третьего автомобиля. Приравнивая формулы (*) и (**) и решая уравнение относительно v_3, получим

$$\frac{l}{2v}=\frac{l}{v_3}-\frac{l}{(2v/3)} \qquad \Rightarrow \qquad v_3=\frac{1}{2}v$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Использование правильной формулы, связывающей расстояние-время-скорость – 0,5 балла
2. Правильно найдено время отставания второго автомобиля от первого – 0,5 балла
3. Правильно найдено время отставания третьего автомобиля от второго – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

2. Из условия равновесия перегородки (равенство давлений справа и слева от нее), находим, что в начальный момент она расположена на расстоянии $2l/3$ и $l/3$ от концов сосуда. После того, как гелий распределится по сосуду равномерно, его парциальные давления справа и слева от перегородки (независимо от ее расположения) будут равны. Поэтому перегородка расположится так, что парциальные давления кислорода справа и слева будут одинаковы. А поскольку количества вещества кислорода справа и слева от перегородки одинаковы, она расположится посередине. Следовательно, перемещение перегородки после перераспределения гелия составляет

$$\Delta x=\frac{2l}{3}-\frac{l}{2}=\frac{l}{6}$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная идея решения – равенство давлений слева и справа от перегородки в равновесии – 0,5 балла
2. Правильное использование законов Дальтона и Клапейрона-Менделеева – 0,5 балла
3. Правильно найдено начальное положение перегородки – 0,5 балла
4. Правильно найдено конечное положение перегородки и ответ – 0,5 балла

3. Пусть через верхнее сопротивление r течет ток I_1, через верхнее сопротивление $2r$ - ток I_2 (см. рисунок; если какое-то из направлений тока выбрано неправильно, то соответсвующие токи получатся отрицательными). Тогда, из условия токов в верхнем узле имеем

$$I_1=I+I_2 \qquad (*)$$

С другой стороны, благодаря симметрии цепи в нижнем сопротивлении r течет такой же ток (см. рисунок). Поэтому из условия равенства нулю суммы падений напряжения в правом контуре (при его обходе против часовой стрелки) имеем

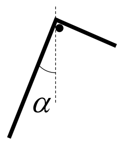
$$I3r+I_1r-I_2 2r=0 \qquad (**)$$

Решая систему уравнений (*) и (**), получим

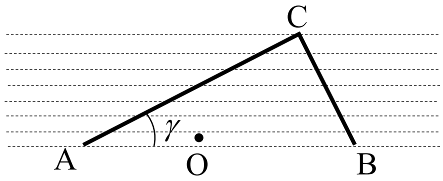
$$I_1=5I, \quad I_2=4I$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильные соотношения между токами в различных участках цепи (с учетом симметрии и равенства втекающих и вытекающих из каждого узла токов) – 0,5 балла
2. Правильное использование условия равенства нулю суммы падений напряжений на любом замкнутом контуре цепи – 0,5 балла
3. Правильное уравнение для токов – 0,5 балла
4. Правильные ответы

4. Однородный стержень длиной l сгибают под прямым углом в точке, делящей стержень в отношении 2:1. Стержень повешен на горизонтально расположенную ось (см. рисунок). Найти угол α между длинной стороной прямого угла и вертикалью.

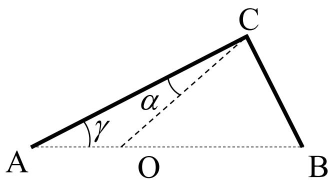


Решение. Стержень будет расположен так, что его центр тяжести будет лежать на одной вертикали с осью. Поэтому искомый угол α - это угол между длиной стороной стержня и направлением на его центр тяжести. Найдем положение его центра тяжести.



Мысленно «разрежем» стержень прямыми, параллельными прямой AB на бесконечно узкие «полоски» толщиной Δh (см. рисунок). Каждая «полоска», на которые мы «разрезаем» стержень, состоит из двух участков левого и правого катета (см. рисунок) длиной $\Delta h/\sin\gamma$ слева и $\Delta h/\cos\gamma$ справа (здесь γ - угол CAB; см. рисунок). Поэтому отношение расстояний от левого и правого катетов до центра тяжести каждой «полоски» (точка O на рисунке) равно

$$\frac{AO}{OB} = \mathrm{tg}\gamma = \frac{1}{2}$$



Следовательно, центр тяжести стержня лежит на прямой CO, которая делит сторону AB треугольника ABC на отрезки AO и OB, длины которых относятся друг к другу как $AO:OB = 1:2$ (см. рисунок). Поэтому, если $CB = a$, то $AC = 2a$, $AB = \sqrt{5}a$, $AO = a\sqrt{5}/3$. Используя далее теорему косинусов для треугольника ACO находим длину отрезка CO

$$CO^2 = AC^2 + AO^2 - 2AC\,AO\cos\gamma = \frac{17}{9}a^2 \qquad \Rightarrow \qquad CO = \frac{\sqrt{17}}{3}a$$

Отсюда по теореме синусов для треугольника ACO находим синус искомого угла α

$$\frac{AO}{\sin\alpha} = \frac{OC}{\sin\gamma} \qquad \Rightarrow \qquad \sin\alpha = \frac{AO}{OC}\sin\gamma = \frac{1}{\sqrt{17}} = 0,243$$

Можно дать и более простое решение: чтобы момент силы тяжести, действующей на стержень, относительно опоры равнялся бы нулю, нужно, чтобы равнялись друг другу моменты сил тяжести, действующих на каждую сторону угла – AC и CB. Учитывая, что и длина и масса одной стороны вдвое больше другой, получим

$$mg\frac{l}{2}\sin\alpha = \frac{mg}{2}\frac{l}{4}\cos\alpha$$

где m и l - масса и длина более длинной стороны угла. Отсюда

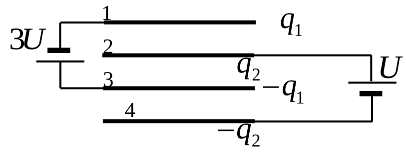
$$tg\ \alpha = \frac{1}{4} \text{ и } \sin\alpha = \frac{tg\ \alpha}{\sqrt{1+tg^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{17}}$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильная идея решения – использование условия моментов относительно точки опоры - 0,5 балла

2. Правильно вычислены моменты сил тяжести, действующих на стороны угла – 0,5 балла.
3. Правильное уравнение моментов – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

5. Пластины приобретут такие заряды, что разность потенциалов 1-3 будет равна $-3U$, разность потенциалов 2-4 будет равна U. Пусть заряды пластин 1 и 3 равны q_1 и $-q_1$, пластин 2 и 4 q_2 и $-q_2$ соответственно (см. рисунок). Для определенности считаем q_1 и q_2 положительными; если они как решения нижеследующих уравнений окажутся отрицательными, это будет означать, что проекция вектора напряженности электрического поля между пластинами на ось, направленную вертикально вниз, является отрицательной. Тогда проекции напряженности электрического поля между пластинами 1 и 2, 2 и 3, 3 и 4 на ось, направленную вертикально вниз, соответственно равны



$$E_{1-2}=\frac{q_1}{S\varepsilon_0},\qquad E_{2-3}=\frac{q_1+q_2}{S\varepsilon_0},\qquad E_{3-4}=\frac{q_2}{S\varepsilon_0}$$

Тогда для разности потенциалов между пластинами 1 и 3, и 2 и 4 имеем

$$-3U=\frac{q_1 l}{S\varepsilon_0}+\frac{(q_1+q_2)l}{S\varepsilon_0},$$

$$U=\frac{(q_1+q_2)l}{S\varepsilon_0}+\frac{q_2 l}{S\varepsilon_0}$$

где S - площадь пластин, l - расстояние между ближайшими пластинами, ε_0 - электрическая постоянная. Решая эту систему уравнений, находим

$$q_1=-\frac{7US\varepsilon_0}{3l},\qquad q_2=\frac{5US\varepsilon_0}{3l}$$

Поэтому проекция вектора напряженности электрического поля между пластинами 2 и 3 на ось, направленную вертикально вниз, составляет

$$E_{2-3}=\frac{q_1+q_2}{S\varepsilon_0}=-\frac{2U}{3l},$$

а вектор напряженности направлен вертикально вниз. Поэтому

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_3=-\frac{2U}{3}.$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильное нахождение поля во областях между всеми пластинами – 0,5 балла
2. Правильное вычисление разности потенциалов между пластинами через работу, которую совершает электрическое поле при переносе пробного заряда между ними – 0,5 балла
3. Правильное нахождение зарядов пластин – 0,5 балла
4. Получен правильный ответ для разности потенциалов между второй и третьей пластинами – 0,5 балла

Примечание. Использование «конденсаторных» формул без обоснования, почему их можно использовать в данных условиях, когда пластины одного конденсатора находятся между пластинами другого и наоборот, даже если эти формулы приводят к правильному ответу, не засчитывается.

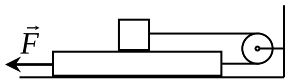
Оценка работы. Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. «Полуцелая» оценка не округляется.

Отборочный тур
Отраслевой физико-математической олимпиады «Росатом»,
2019-2020 учебный год,
физика, 11 класс
(комплект 3)

1. Три резистора с сопротивлениями r, $2r$ и $3r$ соединили последовательно и подключили к источнику постоянного напряжения. В результате на резисторе с сопротивлением r выделяется мощность P. Какая мощность будет выделяться на этом резисторе, если резистор с сопротивлением $2r$ заменить резистором с сопротивлением $4r$. Остальные элементы цепи не изменяются.

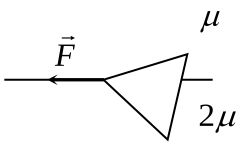
2. Симметричная граната, брошенная вертикально вверх с начальной скоростью v_0, в верхней точке траектории разорвалась на множество одинаковых осколков. Через какое время после взрыва упал на землю самый первый осколок, если осколки падали на землю в течение времени Δt?

3. Тело массой m кладут на доску массой $4m$ и связывают с доской невесомой и нерастяжимой нитью, переброшенной через блок (см. рисунок), прикрепленный к стене. Какую минимальную силу, направленную от стены, нужно приложить к доске, чтобы она начала двигаться? Коэффициент трения между всеми поверхностями равен k.



4. С одним молем идеального одноатомного газа происходит процесс, в котором объем газа зависит от температуры по закону $V = \alpha\sqrt{T}$ (где α - некоторая постоянная). Какое количество теплоты нужно сообщить газу для двукратного увеличения его объема. Начальная температура газа T.

5. Вырезанный из листа фанеры равносторонний треугольник массой m тянут за одну из вершин по горизонтальной поверхности так, что эта вершина движется равномерно по границе двух полуповерхностей (см. рисунок, вид сверху). Коэффициент трения между треугольником и одной полуповерхностью μ, треугольником и второй полуповерхностью - 2μ. Какой горизонтальной силой, направленной вдоль границы полуповерхностей нужно действовать для этого на треугольник?



Решения

1. Пусть напряжение источника равно U. Тогда согласно закону Ома для участка цепи для тока через резисторы имеем

$$I = \frac{U}{6r}$$

Теперь по закону Джоуля-Ленца находим мощность, выделяемую на резисторе r

$$P = I^2 r = \frac{U^2}{36r}$$

Если резистор с сопротивлением $2r$ заменить резистором с сопротивлением $4r$, ток в цепи станет равным

$$I_1 = \frac{U}{8r}$$

и для новой мощности, выделяемой на сопротивлении r имеем

$$P_1 = I_1^2 r = \frac{U^2}{64r} = \frac{9}{16}P$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильно найдена (по закону Ома для участка цепи) ток в цепи – 0,5 балла
2. Правильно (по закону Джоуля-Ленца) найдена выделяемая мощность – 0,5 балла
3. То же самое сделано при изменении одного из сопротивлений цепи – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

2. Пусть осколки приобретают при взрыве скорость v - одинаковую у каждого осколка, т.к. граната по условию симметрична. Тогда очевидно, что первым упадет на землю осколок, летящий при взрыве вертикально вниз, последним – осколок, летящий вертикально вверх. Кроме того, понятно, что последний осколок будет двигаться так – после взрыва полетит вверх, достигнет некоторой максимальной высоты, затем будет двигаться вниз, снова попадет в ту точку, где взорвалась граната, а потом в точности повторит движение первого осколка. Поэтому интервал времени, в течение которого осколки падали на землю равен времени возвращения последнего осколка в точку взрыва гранаты. Следовательно

$$\Delta t = \frac{2v_1}{g}$$

где v_1 - скорость, которую приобретают осколки при взрыве. Отсюда

$$v_1 = \frac{g\Delta t}{2}$$

А поскольку взрыв гранаты произошел на высоте

$$h = \frac{v_0^2}{2g}$$

Для времени падения первого осколка t_1 имеем

$$\frac{gt_1^2}{2} + v_1 t_1 - \frac{v_0^2}{2g} = 0$$

Отсюда

$$t_1 = \frac{\sqrt{v_1^2 + v_0^2} - v_1}{g} = \sqrt{\frac{\Delta t^2}{4} + \frac{v_0^2}{g^2}} - \frac{\Delta t}{2}$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильно найдена высота подъема гранаты – 0,5 балла
2. Правильно найдена скорость, которую приобретают осколки при взрыве – 0,5 балла
3. Получено правильное уравнение для времени падения первого осколка – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

3. Чтобы доска начала двигаться сила F должна превысить максимальную силу трения между доской и полом $F_{тр,1}$, максимальную силу трения между доской и телом $F_{тр,2}$ и силу натяжения нити T

$$F \geq F_{тр,1} + F_{тр,2} + T \qquad (*)$$

Чтобы тело начало двигаться сила натяжения нити должна превысить максимальную силу трения между телом и доской $F_{тр,2}$

$$T \geq F_{тр,2} \qquad (**)$$

Подставляя силу натяжения из (**) в (*) и используя закон Кулона-Амонтона для максимальных сил трения, получим

$$F \geq F_{тр,1} + 2F_{тр,2} = 5kmg + 2kmg = 7kmg$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Использовано правильное условие начала движения доски – внешняя сила должна превосходить силу натяжения и две силы трения – 0,5 балла
2. Использовано правильное условие начала движения тела – сила натяжения должна превосходить силу трения – 0,5 балла
3. Для сил трения использован правильный закон Кулона-Амонтона – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

4. Из закона Клапейрона-Менделеева имеем

$$pV = \nu RT = \frac{\nu RV^2}{\alpha^2} \qquad \Rightarrow \qquad p = \frac{\nu R}{\alpha^2}V$$

Таким образом, зависимость давления газа от его объема линейная. Применяем далее к рассматриваемому процессу первый закон термодинамики

$$Q = \Delta U + A \qquad (*)$$

где ΔU - изменение внутренней энергии газа, A - его работа. Для изменения внутренней энергии газа получим из закона Клапейрона-Менделеева и данной в условии зависимости объема газа от его температуры

$$\Delta U = \frac{3}{2}R\Delta T = \frac{3}{2}\left(p_к V_к - p_н V_н\right) = \frac{3}{2}\left(\beta V_к^2 - \beta V_н^2\right) = \frac{3}{2}\left(4\beta V_н^2 - \beta V_н^2\right) = \frac{9}{2}\beta V_н^2 = \frac{9}{2}RT$$

($\beta = \nu R/\alpha^2 = const$). Работу газа найдем как площадь под графиком давления от объема

$$A = \frac{\left(p_к + p_н\right)\left(V_к - V_н\right)}{2} = \frac{1}{2}\left(\beta V_к^2 - \beta V_н^2\right) = \frac{1}{2}\left(4\beta V_н^2 - \beta V_н^2\right) = \frac{3}{2}\beta V_н^2 = \frac{3}{2}RT$$

В результате получаем

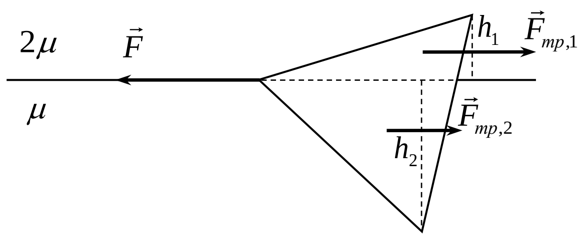
$$Q = 6RT$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Доказано, что в рассматриваемом процессе давление газа пропорционально его объему – 0,5 балла
2. Правильно найдена работа газа – 0,5 балла
3. Правильно найдено изменение внутренней энергии газа – 0,5 балла
4. По первому началу термодинамики получен правильный ответ – 0,5 балла

5. Поскольку треугольник движется равномерно, сумма сил и сумма моментов сил, действующих на треугольник, равны нулю. А так как силы трения, действующие на части треугольника, расположенные над одной и над второй полуповерхностями, направлены параллельно границе раздела (противоположно скорости движения треугольника относительно поверхности; см. рисунок) и приложены к центрам тяжестей этих частей, то

$$F = F_{тр,1} + F_{тр,2} \qquad (*)$$

Пусть граница полуповерхностей делит треугольник на два треугольника с высотами h_1 и h_2 (см. рисунок). Тогда уравнение моментов относительно точки приложения силы $\vec{F}$ дает



$$F_{тр,1}h_1 = F_{тр,2}h_2 \qquad (**)$$

А так как силы трения $F_{тр,1}$ и $F_{тр,2}$ пропорциональны массам (и, следовательно, площадям) треугольников, на которые большой треугольник делится границей раздела полуповерхностей, а плечи этих сил составляют 1/3 от высот соответствующих треугольников, из формулы (**) получим

$$2\mu h_1^2 = \mu h_2^2$$

Откуда находим

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

С другой стороны, поскольку массы треугольников m_1 и m_2, на которые большой треугольник делится границей раздела полуповерхностей, относятся так же как и их площади, а, следовательно, высоты h_1 и h_2, а в сумме они равны массе всего треугольника, находим

$$m_1 = \frac{mh_1}{h_1 + h_2}, \; m_2 = \frac{mh_2}{h_1 + h_2}$$

Теперь по формуле (*) находим силу, с которой необходимо действовать на треугольник для его равномерного перемещения по границе раздела полуповерхностей

$$F = 2\mu m_1 g + \mu m_2 g = \frac{2\mu mgh_1}{h_1 + h_2} + \frac{\mu mgh_2}{h_1 + h_2} = \frac{2\mu mg}{1 + (h_2 / h_1)} + \frac{\mu mg}{1 + (h_1 / h_2)} = \sqrt{2}\mu mg$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Использована правильная идея – равенство моментов сил трения, действующих на части треугольника, отнсительно вершины – 0,5 балла
2. Использованы правильные формулы для моментов сил трения – силы трения приложены к центрам масс частей треугольника, а их массы пропорциональны высотам – 0,5 балла
3. Получена правильная формула для отношения высот частей треугольника – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

Оценка работы. Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. «Полуцелая» оценка не округляется.

Примеры заданий из базы заданий дистанционного отборочного тура олимпиады «Росатом», 11 класс

База заданий дистанционного отборочного тура олимпиады «Росатом» (который проводится только для школьников 11 класса) содержит более 300 задач с числовым ответом (который и проверяется). Эти задачи ежегодно обновляются, добавляются новые, меняются числа в каждой задаче. Каждый участник тура получает 6 задач случайным образом. Чтобы исключить ошибки, связанные с округлением ответ в каждой задаче задается небольшой интервал значений, все ответы из которого считаются правильными.

1. Корабль движется на север со скоростью $v = 10$ м/с. Ветер дует с северо-запада под углом $\alpha = 60°$ к меридиану. Скорость ветра, измеренная на корабле, равна $u = 12$ м/с. Найти скорость ветра относительно земли. Ответ в м/с округлить до трех значащих цифр по правилам округления и записать в предложенное поле.

Ответ. 3,31

2. Два тела, находятся в точках, расположенных на одной вертикали на некоторой высоте над поверхностью земли. Расстояние между этими точками - h=100 м. Тела одновременно бросают: тело, которое находится ниже, - вертикально вверх с начальной скоростью v_0, второе – вертикально вниз с начальной скоростью $2v_0$ (v_0=20 м/с). На каком расстоянии от начального положения нижнего тела эти тела столкнутся? g =10 м/с^2. Ответ в метрах округлить до трех значащих цифр по правилам округления и записать в предложенное поле.

Ответ. 19,4

3 Тело, движущееся прямолинейно и с постоянным ускорением, проходит, начиная от некоторого момента, два последовательных участка пути длиной $l_1 = 1$ м и $l_2 = 2$ за интервалы времени $\tau_1 = 0,5$ с и $\tau_2 = 1,5$ с. Найти ускорение тела. Ответ в м/с^2 округлить до трех значащих цифр по правилам округления и записать в предложенное поле.

Ответ. 0,667

4. Тело бросили вертикально вверх с некоторой начальной скоростью. Через интервал времени $\Delta t = 1,5$ с скорость тела уменьшилась в два раза. На какую максимальную высоту поднимется тело? Считать, что $g = 9,81$ м/с^2 . Ответ в метрах округлить до трех значащих цифр по правилам округления и записать в предложенное поле.

Ответ. 44,1

5. Аэростат поднимается с постоянной скоростью $v_0 = 5$ м/с. На высоте $H = 25$ м с него начинает падать без начальной скорости относительно аэростата груз. Как долго груз будет падать на землю? Считать, что $g = 10$ м/с^2 .

Ответ. 2,79

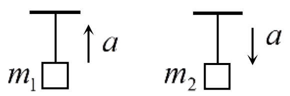
6. Тело бросили под углом к горизонту. Известно, что время полета тела равно $\tau = 2$ с, а отношение максимальной и минимальной скоростей тела в процессе движения $v_{\max}/v_{\min} = k = 3$. Определить дальность полета. Ответ в метрах округлить до трех значащих цифр по правилам округления и записать в предложенное поле.

Ответ. 7,07

7. Из точки, находящейся на некоторой высоте над землей, с одинаковой по величине начальной скоростью $v_0 = 10$ м/с одновременно бросили два тела: одно вертикально вверх, второе горизонтально. Чему равно расстояние между телами в тот момент, когда первое тело поднялось на максимальную высоту над начальной точкой? Второе тело в этот момент времени еще не успело упасть на землю. $g = 10$ м/с^2. Ответ в метрах округлить до трех значащих цифр по правилам округления и записать в предложенное поле.

Ответ. 14,1

8. Веревка выдерживает груз максимальной массы $m_1 = 1$ кг при его движении с некоторым ускорением, направленным вверх, и груз максимальной массы $m_2 = 2$ кг при его движении с таким же ускорением, направленным вниз. Груз какой максимальной массы можно подвесить к веревке в покое? Ответ в килограммах округлить до трех значащих цифр по правилам округления и записать в предложенное поле. $g = 10$ м/с^2.

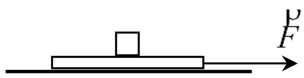


Ответ. 1,33

9. Тело массой $m = 1$ кг, брошенное под углом к горизонту, имеет в верхней точке траектории ускорение $a = 4g/3$ (g - ускорение свободного падения). Определить силу сопротивления воздуха в этой точке. $g = 10$ м/с^2. Ответ в Ньютонах округлить до трех значащих цифр по правилам округления и записать в предложенное поле, начиная с левой клетки.

Ответ. 8,82

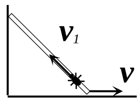
10. На доску массой $M = 3$ кг, находящуюся на горизонтальной поверхности, поместили брусок массой $m = 1$ кг. Коэффициент трения между доской и поверхностью, а также между доской и бруском $\mu = 0,2$. Затем на доску



подействовали горизонтальной внешней силой $\vec{F}$. При каком максимальном значении F брусок не будет соскальзывать с доски? Считать, что $g = 9{,}8$ м/с^2. Ответ в ньютонах округлить до трех значащих цифр по правилам округления и записать в предложенное поле.

Ответ. 15,7

11. Палочка длины l=1 м стоит на горизонтальной опоре около вертикальной стенки. На нижнем конце палочки сидит жук. В некоторый момент времени палочка начинает двигаться так, что ее нижний конец движется с постоянной скоростью v=1,5 м/с по горизонтальной опоре, а верхний скользит вдоль стенки. В этот же момент жук начинает двигаться вдоль палочки с постоянной (относительно палочки) скоростью v_1=0,2 м/с. На какую максимальную высоту над горизонтальной опорой поднимется жук? Ответ в сантиметрах округлить до трех значащих цифр по правилам округления и записать в предложенное поле.



Ответ: 6,67

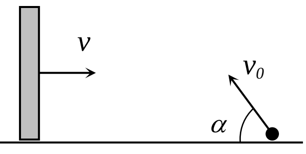
12 На железнодорожной платформе у начала шестого вагона покоящегося поезда стоял пассажир. Поезд тронулся с места и далее двигался равноускоренно. При этом оказалось, что седьмой вагон поезда проезжал мимо пассажира в течение времени $\tau = 4$ с. В течение какого времени проезжал мимо пассажира восьмой вагон? Вагоны поезда перенумерованы по порядку с начала поезда и имеют одинаковую длину, пассажир неподвижен. Ответ в секундах округлить до трех значащих цифр по правилам округления и записать в предложенное поле.

Ответ: 3,07

13. Из точки, находящейся на некоторой высоте над поверхностью земли одновременно бросили два тела. Начальные скорости тел направлены горизонтально и противоположно друг другу. Величины начальных скоростей тел равны $v_1 = 10$ м/с и $v_2 = 20$ м/с. Через какое время скорости тел будут перпендикулярны друг другу? Ответ в секундах округлить до трех значащих цифр по правилам округления и записать в предложенное поле. $g = 10$ м/с^2.

Ответ: 1,41

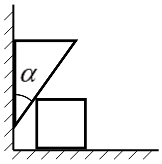
14 Маленький шарик, брошенный с начальной скоростью v_0=10 м/с под углом $\alpha = 60°$ к горизонту, упруго ударяется о вертикальную стенку, движущуюся ему навстречу с постоянной скоростью v=2 м/с.



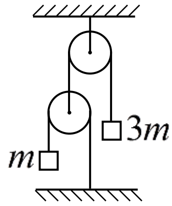
Известно, что после упругого удара о стенку шарик возвращается в ту точку, из которой его бросили. Через какое время после броска произошло столкновение шарика со стенкой? Ответ в секундах округлить до трех значащих цифр по правилам округления и записать в предложенное поле. $g = 10$ м/с^2.

Ответ: 1,11

15. На горизонтальной поверхности около вертикальной стенки находятся подвижные клин с углом наклона грани $\alpha = 30°$ и куб. Массы клина и куба равны $m = 0,3$ кг и $M = 1$ кг. Найти ускорение клина. Трение между всеми поверхностями отсутствует. Ответ в м/с^2 округлить до трех значащих цифр по правилам округления и записать в предложенное поле. $g = 10$ м/с^2.



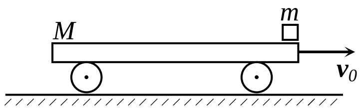
Ответ: 4,74



16 В механической системе, изображенной на рисунке, массы грузов равны $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 3$ кг. Определить величину ускорения груза с массой m_1. Ось верхнего блока закреплена, нижний блок может перемещаться. Массы блоков и нитей равны нулю, нити нерастяжимы. Ответ в м/с^2 округлить до трех значащих цифр по правилам округления и записать в предложенное поле. $g = 10$ м/с^2.

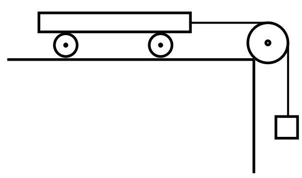
Ответ: 2,86

17 На передний край игрушечной тележки массой $M = 1$ кг, движущейся со скоростью $v_0 = 1$ м/с по гладкой горизонтальной поверхности, кладут брусок массой $m = 0,1$ кг. Начальная скорость бруска относительно земли равна нулю. Какой должна быть минимальная длина тележки, чтобы брусок в дальнейшем не упал с нее? Коэффициент трения между бруском и тележкой равен $k = 0,2$. Ответ в сантиметрах округлить до трех значащих цифр по правилам округления и записать в предложенное поле, начиная с левой клетки.

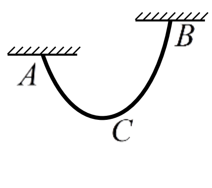


Ответ: 22,7

18 Двухосная тележка, находящаяся на шероховатой горизонтальной поверхности, связана нерастяжимой нитью, переброшенной через неподвижный блок, с висящим грузом. Тележку отпускают, и она движется с некоторым ускорением. Опыт повторяют, закрепив одну из осей (колеса этой оси перестают вращаться). При этом ускорение тележки уменьшается в $k = 1,7$ раза. Во сколько еще раз уменьшится ускорение тележки, если закрепить обе оси? Трением качения пренебречь, масса колес мала по сравнению с массой тележки. Считать, что сила реакции распределяется равномерно по всем колесам. Ответ округлить до трех значащих цифр по правилам округления и записать в предложенное поле.



Ответ: 3,33



19. Гибкая веревка массой $m = 1,2$ кг подвешена в точках A и B, находящихся на разной высоте. Силы натяжения веревки в точках A и C (нижняя точка веревки) соответственно равны $T_1 = 10$ Н, $T_2 = 5$ Н. Найти силу натяжения веревки в точке B. Ответ в ньютонах округлить до трех значащих цифр по правилам округления и записать в предложенное поле. $g = 10$ м/с^2.

Ответ: 6,01

20. Если к прикрепленной к потолку пружине привязать груз массой $m_1 = 1$ кг, длина пружины будет равна $l_1 = 0,5$ м. Если от пружины отрезать половину, привязать к оставшейся части груз $m_2 = 0,45$ кг, ее длина будет равна $l_2 = 0,22$ м. Найти длину первоначальной пружины в недеформированном состоянии. Ответ в метрах округлить до трех значащих цифр по правилам округления и записать в предложенное поле.

Ответ: 0,391