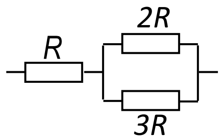
Задания очного отборочного тура
Отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом»
Физика, 9 класс, комплект 2
2017 г.

Задания

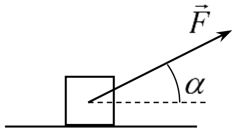
1. $m_1 = 10$ г воды, имеющей температуру $t_1 = 20^\circ$С, смешивают с $m_2 = 25$ г воды, имеющей температуру $t_2 = 35^\circ$С. Найти температуру смеси. Теплообменом с окружающей средой пренебречь.

2. В цепи, схема которой представлена на рисунке, найти мощность, выделяемую на сопротивлении R. К цепи приложено напряжение U, величины всех сопротивлений даны на рисунке.



3. На часах 16:00. Через какое время после этого часовая минутная стрелки часов встретятся во второй раз?

4. Тело массой $m = 2$ кг аккуратно положили на горизонтальную поверхность и подействовали на него силой $F = 6$ Н, направленной под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Коэффициент трения между телом и поверхностью равен $k = 0,4$. Найти силу трения, действующую на тело. g =10 м/с^2, $\cos 30^\circ$ =0.87, $\sin 30^\circ$ =0.5.



5. На железнодорожной платформе у начала шестого вагона покоящегося поезда стоял пассажир. Поезд тронулся с места и далее двигался равноускоренно. При этом оказалось, что десятый вагон поезда проезжал мимо пассажира в течение времени τ. В течение какого времени будет проезжать мимо пассажира тринадцатый вагон? Вагоны поезда перенумерованы по порядку с начала поезда и имеют одинаковую длину, пассажир неподвижен.

Решения

1. Пусть температура смеси будет равна t_x. Тогда уравнение теплового баланса для смешивания двух порций воды разной температуры дает

$$cm_1\left(t_x - t_1\right) + cm_2\left(t_x - t_2\right) = 0$$

где c - удельная теплоемкость воды. Отсюда находим

$$t_x = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2} = 30,7°C$$

Критерии оценки задачи

1. Правильная идея решения – использовать уравнение теплового баланса – 0,5 балла
2. Использованы правильные формулы для отданного или полученного количества теплоты – 0,5 балла
5. Получена правильная окончательная формула – 0,5 балла
4. Правильные вычисления – 0,5 балла

Максимальная оценка за задачу – 2 балла

2. Сопротивление параллельно соединенных резисторов равно

$$r = \frac{2R \cdot 3R}{2R + 3R} = \frac{6R}{5}$$

Поэтому напряжение на резисторе R будет составлять 5/11 от напряжения, приложенного к цепи, на параллельно соединенных резисторах $6R/5$ - 6/11 от напряжения цепи. Поэтому мощность, выделяемая на резисторе R, будет равна

$$P = \frac{U_R^2}{R} = \frac{25U^2}{121R}$$

где U_R - напряжение на резисторе R.

Критерии оценки задачи

1. Правильная идея решения – использовать законы Ома и Джоуля-Ленца – 0,5 балла
2. Правильно найдено сопротивление цепи – 0,5 балла
5. Правильно применен закон Джоуля-Ленца – 0,5 балла
4. Получена правильная окончательная формула – 0,5 балла

Максимальная оценка за задачу – 2 балла

5. Поскольку минутная стрелка делает полный оборот за 60 минут, а часовая – за 12 часов, угловые скорости минутной и часовой стрелок часов равны

$$\omega_ч = \frac{2\pi}{12 \cdot 60}\ (м^{-1}) \qquad \omega_м = \frac{2\pi}{60}\ (м^{-1})$$

Очевидно, к моменту второй «встречи» часовой и минутной стрелок минутная стрелка повернется на угол, больший угла поворота часовой стрелки на величину первоначального угла между стрелками плюс угол полного оборота

$$120° + 360° = \frac{8\pi}{3}$$

Поэтому уравнение для времени второй встречи стрелок имеет вид

$$\left(\omega_м - \omega_ч\right)t = \frac{8\pi}{3}$$

Отсюда с использованием угловых скоростей стрелок, находим

$$t = 87,3\ м$$

Критерии оценки задачи

1. Правильная идея решения – использовать законы движения стрелок с известными их угловыми скоростями (причем может быть даже без введения понятия угловой скорости, а через пропорциональные соотношения для полного оборота) – 0,5 балла

2. Правильно понято, что к моменту второй встречи стрелок, часовая повернется на угол, на $480°$ меньший, чем угол поворота минутной – 0,5 балла
3. Правильно уравнение для времени – 0,5 балла
4. Получена правильная окончательная формула и проведены вычисления – 0,5 балла
Максимальная оценка за задачу – 2 балла

4. Проверим, движется ли тело в данных условиях, или нет. Для этого сравним проекцию внешней силы на горизонтальное направление и максимальную силу трения покоя

$$F\cos\alpha \quad \vee \quad kN = k\left(mg - F\sin\alpha\right)$$

Если левая часть больше правой части, тело движется, если нет – покоится. Подставляя в это сравнение данные в условии значения, получим

$$5,2(H) \quad < \quad 6,8(H)$$

Поэтому тело в данных условиях покоится, а сила трения равна проекции внешней силы на горизонтальное направление

$$F_{mp} = F\cos\alpha = 5,2(H)$$

Критерии оценки задачи
1. Правильная идея решения – понять, движется тело или покоится в данных условиях – 0,5 балла
2. Правильные формулы для максимальной силы трения покоя и сравнения – 0,5 балла
3. Правильный вывод относительно покоя тела – 0,5 балла
4. Правильный ответ и вычисления – 0,5 балла
Максимальная оценка за задачу – 2 балла

5. Выберем систему координат так, что ее начало находится в той точке, где находится пассажир, ось x направим по движению поезда. Тогда закон движения точки поезда, находящейся в первый момент рядом с пассажиром (обозначим ее А), имеет вид

$$x_A(t) = \frac{at^2}{2}$$

где a - ускорение поезда. Время проезда мимо пассажира десятого вагона поезда равно разности моментов времени, когда напротив пассажира окажется конец десятого вагона (а в этот момент точка А окажется на расстоянии в 5 вагонов от пассажира) и начало десятого вагона (в этот момент точка А окажется на расстоянии 4 вагона от пассажира). Поэтому для времени τ имеем

$$\tau = \sqrt{\frac{10l}{a}} - \sqrt{\frac{8l}{a}} = \sqrt{\frac{2l}{a}}\left(\sqrt{5} - \sqrt{4}\right)$$

где l - длина вагона. Отсюда находим

$$\sqrt{\frac{2l}{a}} = \frac{\tau}{\left(\sqrt{5} - \sqrt{4}\right)}$$

Тринадцатый вагон будет проезжать мимо пассажира в течение времени, которое равно разности моментов времени, когда напротив пассажира окажется конец тринадцатого вагона (а в этот момент точка А окажется на расстоянии в 8 вагонов от пассажира) и начало тринадцатого вагона (в этот момент точка А окажется на расстоянии 7 вагонов от пассажира). Поэтому

$$\tau_1 = \sqrt{\frac{16l}{a}} - \sqrt{\frac{14l}{a}} = \sqrt{\frac{2l}{a}}\left(\sqrt{8} - \sqrt{7}\right) = \frac{\left(\sqrt{8} - \sqrt{7}\right)}{\left(\sqrt{5} - \sqrt{4}\right)}\tau$$

Критерии оценки задачи
1. Правильная идея решения – использование законов равноускоренного движения – 0,5 балла
2. Правильная идея нахождения времени прохода рядом с пассажиром того или иного вагона – разность моментов времени, когда напротив пассажира окажется конец и начало этого вагона – 0,5 балла

3. Правильное нахождение отношения длины вагона к ускорению поезда – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла
Максимальная оценка за задачу – 2 балла

Задания очного отборочного тура
Отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом»
Физика, 9 класс, комплект 1
2017 г.

1. Тело бросают вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 10$ м/с. Какой путь пройдет тело за время $t = 1,6$ с после броска? $g = 10$ м/с^2.

Решение. Поскольку тело, брошенное вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 10$ м/с, поднимается вверх в течение времени $\Delta t = 1$ с ($\Delta t = v_0 / g$), то за данное в условии время тело успеет подняться до верхней точки траектории и спуститься на какую-то величину. Поэтому путь, пройденный телом за время $t = 1,6$ с, складывается из пути, пройденного до верхней точки, и пути, пройденного затем от верхней точки до того положения, в котором тело окажется через время $t = 1,6$ с после броска. Используя известную формулу для максимальной высоты подъема

$$h = \frac{v_0^2}{2g} = 5 \text{ м}$$

и находя по законам равноускоренного движения высоту положения тела над поверхностью земли через время $t = 1,5$ с после броска

$$h_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 3,2 \text{ м}$$

получим

$$S = 2h - h_1 = \frac{v_0^2}{g} - v_0 t + \frac{gt^2}{2} = 6,8 \text{ м}$$

Критерии оценки задачи

1. использованы законы равноускоренного движения – 0,5 балла
2. школьник заметил, что для нахождения пути нужно применять законы дважды – 0,5 балла
3. получена правильная конечная формула – 0,5 балла
4. получен правильный числовой ответ – 0,5 балла

Максимальная оценка за задачу – 2 балла

2. Кусок льда с температурой $t_0 = 0°$ С бросают в сосуд с водой с температурой $t_1 = 20°$ С. Через некоторое время лед полностью тает, и в сосуде устанавливается температура $t_2 = 16°$ С. При какой максимальной начальной температуре воды лед не смог бы растаять полностью? Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/кг$\cdot$град; удельная теплота плавления льда $\lambda = 340000$ Дж/кг. Теплообменом с другими телами пренебречь.

Решение. Пусть масса куска льда - m, масса воды - M. Тогда уравнение теплового баланса для первого случая дает

$$m\lambda + cm(t_2 - t_0) = cM(t_1 - t_2)$$

Из этого уравнения находим отношение масс воды и льда

$$\frac{M}{m} = \frac{\lambda + c\left(t_2 - t_0\right)}{c\left(t_1 - t_2\right)}$$

Во втором случае теплоты, которая выделяется при охлаждении воды до нуля градусов недостаточно, чтобы растопить лед. Поэтому неравенство теплового баланса имеет вид

$$m\lambda \geq cM\left(t_x - t_0\right)$$

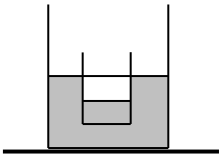
где t_x - искомая температура. Отсюда находим

$$t_x \leq t_0 + \frac{\lambda\left(t_1 - t_2\right)}{\lambda + c\left(t_2 - t_0\right)} = 3{,}3^\circ\ \text{C}$$

Критерии оценки задачи

1. использовано правильное уравнение теплового баланса для первого процесса – 0,5 балла
2. правильно найдено (или формула или число) отношение масс воды и льда – 0,5 балла
3. использована правильная идея нахождения температуры воды и получена правильная конечная формула – 0,5 балла
4. получен правильный числовой ответ – 0,5 балла

Максимальная оценка за задачу – 2 балла



3. В цилиндрическом стакане с водой, стоящим на столе, плавает другой цилиндрический стакан, в который также налито некоторое количество воды. Как изменится уровень воды в большом стакане, если в малый налить массу воды m? Площадь сечения большого стакана $3S$, малого - S. Плотность воды ρ. При наливании воды в малый стакан он не опускается на дно большого. Стенки стаканов очень тонкие.

Решение. Условие равновесия плавающего стакана дает

$$Mg + mg = \rho g V_{п.ч.}$$

где M - масса плавающего стакана, m - масса воды в нем, $V_{п.ч.}$ - объем погруженной в воду части стакана. Очевидно, для погруженной в воду части стакана можно записать $V_{п.ч.} = Sh_1 + Sh_2$, где h_1 - высота слоя воды в стакане, h_2 - разность уровней воды в большом и малом стакане. Отсюда получаем

$$Mg + mg = \rho g S h_1 + \rho g S h_2$$

А поскольку стенки плавающего стакана – тонкие, произведение $\rho S h_1$ равно массе воды налитой в плавающий стакан. Отсюда заключаем, что разность уровней воды в большом и малом стаканах определяется только массой плавающего стакана и не зависит от массы воды в нем $M = \rho S h_2$. А поскольку слой воды в малом стакане увеличивается на величину

$$\Delta h = \frac{\Delta m}{\rho S}$$

то на эту величину увеличится расстояние от поверхности воды в большом стакане до дна малого стакана. Используя это условие, найдем подъем уровня воды в большом стакане.

Пусть малый стакан при наливании в него воды опустился на величину Δx_1 (по отношению к своему первоначальному положению). Тогда он вытеснил дополнительно из большого стакана объем воды $\Delta x_1 S$. Это вытеснение приводит к поднятию уровня в большом стакане на величину Δx_2, которую можно найти из очевидного соотношения

$$(3S - S)\Delta x_2 = S\Delta x_1 \qquad \Rightarrow \qquad \Delta x_2 = \frac{\Delta x_1}{2}$$

А поскольку $\Delta x_2 + \Delta x_1 = \Delta h$, находим из предыдущей формулы

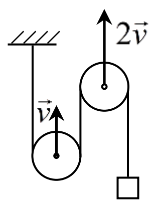
$$\Delta x_1 = \frac{2\Delta h}{3} = \frac{2\Delta m}{3\rho S}$$

Критерии оценки задачи

1. использовано правильное условие равновесия стакана в воде – 0,5 балла
2. доказано, что разность уровней в стакане и в остальном сосуде определяется только массой стакана и не зависит от количества воду в нем – 0,5 балла
3. понято и правильно использовано условие повышения воды в сосуде при погружении стакана – 0,5 балла
4. получена правильная окончательная формула – 0,5 балла

Максимальная оценка за задачу – 2 балла

4. В системе, изображенной на рисунке, левый блок движется вверх со скоростью v, правый - вверх со скоростью $2v$. В каком направлении и с какой скоростью движется груз?



Решение. Очевидно, что груз перемещается потому, что перемещаются блоки. Поэтому для нахождения скорости груза свяжем перемещения блоков с перемещением груза. За некоторый интервал времени Δt левый блок переместится вверх на величину $v\Delta t$, правый – вверх на величину $2v\Delta t$. Тогда длина веревки слева от левого блока уменьшится на $v\Delta t$, между блоками увеличится на $2v\Delta t - v\Delta t = v\Delta t$. Поэтому длина куска веревки справа от правого блока не изменится, но точка правого блока, от которой этот кусок начинается, поднимется на величину $2v\Delta t$. Это и будет перемещение груза за время Δt - $\Delta x_{гр} = 2v\Delta t$. Отсюда заключаем, что скорость груза направлена вверх и равна

$$v_{гр} = \frac{\Delta x_{гр}}{\Delta t} = 2v$$

Критерии оценки задачи

1. Правильная идея нахождения скорости груза – нахождение его перемещения за какой-то вспомогательный интервал времени – 0,5 балла
2. Попытка связать перемещение груза с перемещениями блоков – 0,5 балла

3. Правильное определение направления скорости груза – 0,5 балла

4. Правильная формула для скорости груза – 0,5 балла

Максимальная оценка за задачу – 2 балла

5. Два жука, расстояние между которыми S, бегут навстречу друг другу. Один жук бежит с постоянной скоростью v. Второй жук движется с постоянной скоростью $2v$, но в тот момент, когда расстояние между жуками уменьшается вдвое, он останавливается и отдыхает такое же время, какое он двигался. Затем он снова движется со скоростью $2v$, но в тот момент, когда расстояние между жуками уменьшается вдвое по сравнению с тем, каким оно было, когда он начал двигаться во второй раз, он снова останавливается, отдыхает такое же время, какое он двигался во второй раз, а потом опять начинает двигаться. И далее движение повторяется. Какие расстояния пройдут жуки до встречи?

Решение. Если бы жуки двигались без остановки, то скорость их сближения составляла бы $3v$, они встретились бы через время

$$t = \frac{S}{3v}$$

И прошли бы до встречи расстояния

$$S_1 = vt = \frac{vS}{3v} = \frac{S}{3} \qquad S_2 = 2vt = \frac{2vS}{3v} = \frac{2S}{3}$$

В нашей задаче второй жук половину времени движения движется со скоростью $2v$, половину стоит, поэтому его средняя скорость равна v, средняя скорость сближения жуков равна $2v$. Отсюда находим время до встречи и пути, пройденные жуками

$$t = \frac{S}{2v}, \qquad S_1 = vt = \frac{vS}{2v} = \frac{S}{2} \qquad S_2 = vt = \frac{vS}{2v} = \frac{S}{2}$$

Критерии оценки задачи

1. Идея нахождения пройденных расстояний через среднюю скорость – 0,5 балла

2. Обоснование способа нахождения средней скорости второго жука – 0,5 балла

3. Правильные формулы для времени встречи жуков (через скорость сближения или рассмотрение суммарного перемещения – 0,5 балла

4. Правильные вычисления – 0,5 балла

Максимальная оценка за задачу– 2 балла