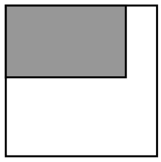
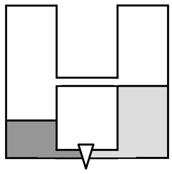
Решения
Заключительный тур олимпиады Росатом,
физика, 8 класс
2017-2018 учебный год

1. Тело составлено из трех частей одинакового объема, но с разными плотностями, которые относятся друг к другу как $\rho_1 : \rho_2 : \rho_3 = 1 : 2 : 4$. Удельные теплоемкости этих частей - также разные и относятся друг к другу как $c_1 : c_2 : c_3 = 3 : 2 : 1$. Найти среднюю удельную теплоемкость тела, если большая из удельных теплоемкостей его частей равна c.

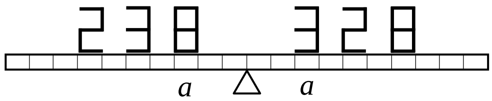
2. Кубик составили из двух частей, имеющих разную плотность (см. рисунок). Одна часть, плотность которой равна ρ_1, составляет третью часть объема кубика, но четвертую часть его массы. Найдите плотность второй части кубика.



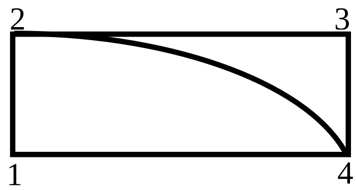
3. Два одинаковых цилиндрических сосуда соединены в самом низу тонкой трубкой, перекрытой краном. Вторая узкая трубка соединяет сосуды на высоте h. В сосуды налита – жидкость плотности ρ в одно колено, и жидкость плотности 6ρ в другое, причем высота слоя жидкости с плотностью ρ равна h, плотности 6ρ - $h/2$. Кран открывают. Найти высоту столба легкой жидкости в том сосуде, где первоначально была тяжелая жидкость.



4. Из 34 одинаковых стержней длиной a и массой m изготовлены макеты двух чисел 238 и 328 (каждое «звено» каждой цифры – один стержень). Макеты чисел расположили на коромысле равноплечих весов длиной $20a$ так, как это показано на рисунке. Какое из чисел перевесит и почему? Какой дополнительный груз нужно расположить на другом конце коромысла весов, чтобы восстановить равновесие?



5. Имеется прямоугольник 1234 изготовленный из металлических стержней одинакового материала и одинакового сечения, причем длины сторон прямоугольника относятся как 1-2:1-4=1:2. Вершины 2 и 4 связаны таким же (но кривым) стержнем с длиной, втрое большей длины стержня 1-2. Температуры вершин 1 и 3 поддерживается постоянными и равными $t_1 = 100°$ C, $t_3 = 0°$ C. Найти температуры вершин 2 и 4? **Указание.** Тепловой поток между точками, температуры которых поддерживаются постоянными, пропорционален разности температур точек, обратно пропорционален расстоянию между ними и коэффициенту теплопроводности среды между ними (закон Фурье). Считать, что боковые поверхности стержней теплоизолированы.



Решения
1. Пусть мы сообщаем телу количество теплоты Q. С одной стороны по смыслу средней удельной теплоемкости

$$Q = cm\Delta T = c\left(\rho_1 + \rho_2 + \rho_3\right)V\Delta T$$

где c - средняя удельная теплоемкость тела, m - его масса, ΔT - приращение температуры, V - объем каждой части. С другой стороны это количество теплоты идет на нагревание частей тела, которые все нагреются на ту же величину ΔT. Поэтому

$$Q = c_1 m_1 \Delta T + c_2 m_2 \Delta T + c_3 m_3 \Delta T = \left(c_1\rho_1 + c_2\rho_2 + c_3\rho_3\right)V\Delta T$$

Сравнивая две эти формулы, имеем

$$c = \frac{c_1\rho_1 + c_2\rho_2 + c_3\rho_3}{\rho_1 + \rho_2 + \rho_3} = \frac{11c}{21}$$

Критерии оценки задачи
1. Сформулирована правильная идея решения – сформулировано определение средней удельной теплоемкости тела – 0,5 балла,
2. Правильно найдено количество теплоты, которое необходимо сообщить телу при его нагревании на известную температуру, как сумма количеств теплоты, необходимых для нагревания его частей – 0,5 балла,
3. Правильно записано уравнение для средней удельной теплоемкости – 0,5 балла,
4. Правильные вычисления – 0,5 балла,
Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

2. Пусть объем всего кубика V, а плотность его второй части - ρ_2. Тогда из условия имеем

$$\rho_1 \frac{V}{3} + \rho_2 \frac{2V}{3} = 4\rho_1 \frac{V}{3}$$

Решая это уравнение относительно ρ_2, получаем

$$\rho_2 = \frac{3}{2}\rho_1$$

Критерии оценки задачи
1. Сформулирована правильная идея решения – нахождение массы тела через плотности и объемы составных частей – 0,5 балла,
2. Правильно записано уравнение для массы тела через плотности и объемы составных частей и данные условия о связи массы тела с массой одной из частей – 0,5 балла,
3. Правильные решение уравнения – 1 балла,
Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

3. Давление около дна сосуда с тяжелой жидкостью ($p = 6\rho gh/2 = 3\rho gh$) больше давления около дна в сосуде с легкой жидкостью ($p_1 = \rho gh$). Поэтому при открывании крана тяжелая жидкость по нижней трубке будет перетекать в сосуд, в котором первоначально была легкая жидкость, которая в свою очередь по верхней трубке будет перетекать в сосуд с тяжелой жидкостью. Процесс перетекания будет происходить до тех пор, пока на выровняются давления около дна в левом и правом сосуде. Пусть к этому моменту в сосуд с легкой жидкостью перетечет столб тяжелой жидкости высотой x.

Тогда точно такой же слой легкой жидкости перетечет по верхней трубке в сосуд с тяжелой жидкостью, и условие равновесия жидкости в сосуде дает

$$6\rho g\left(h/2-x\right)+\rho gx=6\rho gx+\rho g\left(h-x\right)$$

Отсюда

$$x=\frac{h}{5}$$

Критерии оценки задачи

1. Сформулирована правильная идея решения – одинаковость давлений в коленах сосуда – 0,5 балла,
2. Понято, что легкая жидкость будет перетекать в колено с тяжелой жидкостью – 0,5 балла,
3. Правильно записано условие равновесия жидкости с учетом ее перетекания из одного колена в другое – 0,5 балла,
4. Правильное решение уравнения – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

4. Конечно, массы макетов чисел 238 и 328 равны, но при их сравнении на коромысельных весах сравниваются не силы тяжести, действующие на макеты чисел, а моменты сил тяжести относительно опоры. Посчитаем моменты сил, действующих на правое и левое плечо коромысла. «Двойка» (слева) и «восьмерка» (справа). У «восьмерки» есть два лишних стержня, расположенных на расстояниях $6a$ и $7a$ относительно опоры. Значит, для избыточного момента, действующего на правое плечо, имеем $\Delta M_{пр}=6amg+7amg=13amg$. «Тройка» (слева) и «двойка» (справа). У «двойки» есть лишний стержень на расстоянии $5a$ от опоры, и не хватает стержня на расстоянии $4a$ от опоры. Следовательно, избыточный момент, действующий на правое плечо коромысла весов, есть $\Delta M_{пр}=13amg+5amg-4amg=14amg$. «Восьмерка» (слева) и «тройка» справа. У восьмерки есть 2 лишних стержня на расстоянии $2a$ от опоры. Поэтому для избыточного момента, действующего на правое плечо, имеем

$$\Delta M_{пр}=14amg-4amg=10amg$$

Следовательно, число 328 справа от опоры перевесит. Поскольку восстанавливающий равновесие весов груз нужно положить на самый конец левого колена коромысла (плечо $10a$) для его массы m_0 имеем

$$10am_0g=10amg$$

Откуда находим

$$m_0=m$$

Критерии оценки задачи

1. Сформулирована правильная идея решения – нахождение моментов сил, действующих слева и справа от опоры – 0,5 балла,
2. Правильно найден момент сил, действующих справа от опоры – 0,5 балла,
3. Правильно найден момент сил, действующих слева от опоры – 0,5 балла,
4. Правильно найдена масса, которую нужно расположить на одном из концов рычага, чтобы он был в рановесии – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

5. Очевидно, что в равновесном состоянии (когда температуры всех точек не меняются) тепловой поток по стержню 1-2 равен сумме тепловых потоков по стержням 2-3 и 2-4. Поэтому из закона Фурье имеем

$$\frac{t_1 - t_2}{l} = \frac{t_2 - t_3}{2l} + \frac{t_2 - t_4}{3l}$$

где l - длина стержня 1-2. Отсюда

$$6t_1 + 3t_3 = 11t_2 - 2t_4 \qquad (*)$$

Аналогично, тепловой поток по стержню 4-3 равен сумме тепловых потоков по стержням 2-4 и 1-4. Поэтому

$$\frac{t_4 - t_3}{l} = \frac{t_1 - t_4}{2l} + \frac{t_2 - t_4}{3l}$$

Откуда

$$3t_1 + 6t_3 = -2t_2 + 11t_4 \qquad (**)$$

Решая систему уравнений (*)-(**), получим

$$t_2 = \frac{72t_1 + 45t_3}{117} = 61,5^\circ\,\mathrm{C},\ t_4 = \frac{45t_1 + 72t_3}{117} = 38,5^\circ\,\mathrm{C}$$

Критерии оценки задачи

1. Сформулирована правильная идея решения – поток поступающего в каждый узел тепла равен потоку тепла уходящего, а указанные потоки следует искать по закону Фурье – 0,5 балла,
2. Правильно записано выражение для потоков тепла выходящего из вершины 1 в вершину 2 и из вершины 2 в вершины 3 и 4.
3. Правильно записано выражение для потоков тепла входящего в вершину 3 из вершин 1 и 2 и выходящего в вершину 4. Получена правильная система уравнения для температур вершин 2 и 3 – 0,5 балла.
4. Правильное решение системы уравнений – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.