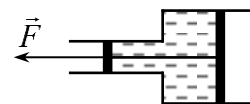


2.20. Олимпиада имени И.В.Савельева (отборочный тур олимпиады «Росатом»), 9 класс

Задания

1. До какой минимальной температуры нужно нагреть стальной кубик, чтобы при постановке его на лед с температурой $t_0 = 0^\circ \text{C}$ он смог полностью погрузиться в лед.



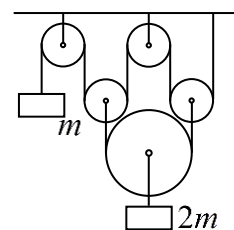
Плотность льда $\rho_0 = 900 \text{ кг/м}^3$, плотность стали $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$, удельная теплоемкость стали $c = 4,6 \cdot 10^2 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{град)}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,4 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$.

2. В метро есть два эскалатора. Один из них работает на подъем, второй не работает. Чебурашка спустился по работающему эскалатору, а затем поднялся по неработающему, затратив на это движение время t . Затем он спустился по неработающему эскалатору, а поднялся по работающему, затратив на это движение время $2t/3$. Найти скорость движущегося эскалатора, если скорость Чебурашки относительно эскалатора при движении вниз равна v и вдвое больше скорости его скорости при движении вверх.

3. Два одинаковых амперметра А1 и А2 и два одинаковых вольтметра V1 и V2 включены в электрическую цепь так, как показано на рисунке. Показания приборов оказались следующими: амперметра А1: I_1 , вольтметра V1 - U_1 , вольтметра V2 - U_2 . Найти ток через амперметр А2 и сопротивления амперметров и вольтметров.

4. Со ступеньки высотой h под некоторым углом к горизонту бросают тело. Известно, что полное время движения тела равно t . Найти отношение времени подъема тела до верхней точки траектории ко времени спуска от верхней точки до поверхности земли.

5. В системе из пяти блоков и двух грузов блоки и нити невесомы, нити нерастяжимы. Массы грузов равны m и $2m$ (см. рисунок). Найти ускорения грузов.



Ответы и решения

1. Чтобы куб мог полностью погрузиться в лед, нужно чтобы количество теплоты, выделившееся при его остывании от начальной температуры до температуры льда ($t_0 = 0^\circ \text{C}$) было достаточно, чтобы растопить лед, объем которого больше или равен объему куба. Минимальной начальной температуре льда t_x , достаточной для этого, отвечает ситуация, когда объем растаявшего льда равен объему куба. Поэтому для минимальной температуры куба получим

$$\lambda \rho_0 V = c \rho V (t_x - t_0)$$

где V - объем куба. Отсюда получаем

$$t_x = t_0 + \frac{\lambda \rho_0}{c \rho} = 105^\circ \text{C}$$

2. Соотношения «расстояние-время-скорость» для спуска-подъема по работающему-неработающему эскалатору и наоборот дают

$$\frac{l}{v-u} + \frac{l}{v/2} = t$$

$$\frac{l}{v/2+u} + \frac{l}{v} = \frac{2t}{3}$$

где l - длина эскалатора, u - его скорость. Из этой системы уравнений получаем квадратное уравнение для u :

$$2u^2 - 11uv + 3v^2 = 0$$

Отсюда

$$u = \frac{(11 - \sqrt{97})}{4} v$$

(второй корень не удовлетворяет условию, т.к. $u > v$).

3. Так как вольтметры обладают одинаковым сопротивлением, то отношение напряжения на них равно отношению токов. Поэтому через вольтметр V_2 течет ток $I_1 U_2 / U_1$. Поэтому ток, текущий через амперметр A2 равен

$$I_2 = I_1 + \frac{I_1 U_2}{U_1} = I_1 \frac{U_1 + U_2}{U_1}$$

Сопротивление вольтметра найдем по закону Ома: ток через вольтметр V_1 равен I_1 (такой же как через амперметр A1), напряжение на нем - U_1 . Поэтому

$$R_v = \frac{U_1}{I_1}$$

Ток через амперметр A1 равен I_1 , напряжение на нем $U_2 - U_1$. Поэтому

$$R_A = \frac{U_2 - U_1}{I_1}$$

4. Пусть тело бросают с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонту. Тогда время подъема тела до верхней точки и ее высота над ступенькой определяется соотношением

$$t_{\text{под}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}, \quad H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

Время спуска тела от точки максимального подъема до поверхности земли равно времени падения тела с высоты $h + H$

$$t_{\text{cn}}^2 = \frac{2(H+h)}{g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g^2} + \frac{2h}{g} = t_{\text{под}}^2 + \frac{2h}{g}$$

Таким образом, время подъема и время спуска удовлетворяют следующим уравнениям

$$\begin{cases} t_{cn} + t_{nod} = t \\ t_{cn}^2 - t_{nod}^2 = \frac{2h}{g} \end{cases}$$

Решая систему уравнений, находим

$$t_{cn} = \frac{t}{2} + \frac{h}{gt}, \quad t_{nod} = \frac{t}{2} - \frac{h}{gt}$$

Отсюда

$$\frac{t_{nod}}{t_{cn}} = \frac{gt^2 - 2h}{gt^2 + 2h}$$

5. На тела действуют силы тяжести и силы натяжения нитей, к которым тела привязаны. Вторым законом Ньютона для тел в проекциях на ось x , направленную вертикально вниз, дает

$$mg - T_1 = ma_{1,x}$$

$$2mg - T_2 = 2ma_{2,x}$$

(*)

где $a_{1,x}$ и $a_{2,x}$ - проекции ускорения тела массой m и массой $2m$ на указанную ось соответственно, T_1 - сила натяжения нити, прикрепленной к телу массой m , T_2 - сила натяжения нити, прикрепленной к телу массой $2m$. Найдем условия связи ускорений и сил натяжения. На систему из большого блока и двух подвижных маленьких действуют сила T_2 и четыре силы T_1 . А поскольку эти блоки не имеют массы, то сумма этих сил равна нулю. Отсюда

$$T_2 = 4T_1$$

(**)

Связь ускорений можно найти так. Если тело с массой m опустится на величину Δx , то два маленьких подвижных блока поднимутся на величину $\Delta x/4$. Поэтому ускорение тела массой $2m$ по модулю в четверо меньше ускорения тела с массой m . А поскольку их направления противоположны, то

$$a_{1,x} = -4a_{2,x}$$

(***)

Решая систему уравнений (*)-(***), получим

$$a_{1,x} = \frac{4g}{9}; \quad a_{2,x} = -\frac{g}{9}$$

Поскольку проекция ускорения тела с массой m на ось, направленную вертикально вниз, оказалась положительной, то это тело движется вниз, второе вверх.