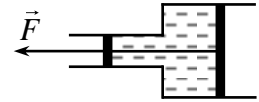


2.16. Олимпиада имени И.В.Савельева (отборочный тур олимпиады «Росатом»), 9 класс

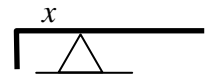
1. (2 балла) Невесомая жидкость находится между двумя поршнями, скрепленными друг с другом жестким стержнем. К малому поршню приложили силу \vec{F} .



Найти давление в жидкости. Площадь малого поршня S , площадь большого поршня $3S$. Атмосферное давление отсутствует.

2. (2 балла) Во время гран-при Формулы-1 в Лапландии машина команды Ред Булл обгоняет машину команды Мерседес каждые $t_1 = 10$ минут, а команды Феррари – каждые $t_2 = 12$ минут. Как часто Феррари обгоняет Мерседес? Считать, что все машины едут с постоянными скоростями.

3. (2 балла) Конец однородного стержня длиной l согнули под прямым углом так, что длина согнутого участка составляет четвертую часть длины стержня. На каком расстоянии x от согнутого конца нужно расположить точечную опору, чтобы стержень находился в равновесии?



4. (2 балла) Имеется три тела с разными температурами. Теплоемкости первого и второго тела одинаковы, у третьего – вдвое больше. Если в тепловой контакт привести первое и второе тело, установится температура T_{12} . Если в тепловой контакт привести первое и третье тело (с первоначальными температурами), установится температура T_{13} . Если в тепловой контакт привести второе и третье тело (с первоначальными температурами), установится температура T_{23} . Какая установится температура, если привести в тепловой контакт все три тела. Потерь тепла нет.

5. (2 балла) Над поверхностью земли зафиксировали четыре точки А, В, С и D, которые лежат в вершинах параллелограмма $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$), причем плоскость параллелограмма $ABCD$ ориентирована по отношению к поверхности земли произвольно. Известно, что времена падения тела из вершин без начальной скорости равны: $t_A = t$, $t_B = 1,2t$, $t_C = 1,8t$. Найти t_D .

Ответы и решения

1. Внешней силой по отношению к системе двух поршней, связанных стержнем, являются сила \vec{F} и две силы, действующие на поршни со стороны жидкости. Поэтому условие равновесия поршней дает (с учетом направления сил)

$$F + pS = p3S$$

где p - давление в жидкости. Отсюда получаем

$$p = \frac{F}{2S}$$

2. Очевидно, что между двумя обгонами одной машиной второй машины, расстояние, проходимое первой, больше расстояния, проходимого второй, на длину одного круга. Поэтому если скорость машины Ред Булл равна v_R , Мерседеса - v_M , Феррари - v_F , а длина круга - l , то для времен t_1 , t_2 и искомого времени обгона машиной Феррари Мерседеса имеем

$$\frac{v_R - v_M}{l} = \frac{1}{t_1}, \quad \frac{v_R - v_F}{l} = \frac{1}{t_2}, \quad \frac{v_F - v_M}{l} = \frac{1}{t_3}.$$

Поэтому, вычитая второе равенство из первого, получим $\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} = \frac{1}{t_3}$. Или

$$t_3 = \frac{t_2 t_1}{t_2 - t_1} = 60 \text{ мин.}$$

3. Условие равновесия стержня дает

$$\frac{mx}{4} + \frac{mx^2}{2l} = \frac{m \left(\frac{(n-1)l}{n} - x \right)^2}{2l}$$

где m - масса стержня. Отсюда находим

$$x = \frac{9l}{32}$$

(решение через центр тяжести несогнутой части проще и приводит к тому же ответу).

4. Пусть температуры тел равны t_1 , t_2 и t_3 . Тогда для установившихся температур имеем

$$2T_{12} = t_1 + t_2$$

$$3T_{13} = t_1 + 2t_3$$

$$3T_{23} = t_2 + 2t_3$$

Решая эту систему уравнений, получим

$$t_3 = \frac{3}{4}(T_{13} + T_{23}) - \frac{1}{2}T_{12}$$

Поэтому установившаяся температура при контакте всех трех тел

$$T_x = \frac{1}{4}(t_1 + t_2) + \frac{1}{2}t_3$$

равна

$$T_x = \frac{1}{4}T_{12} + \frac{3}{8}(T_{13} + T_{23})$$

5. Так как $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$, то

$$y_B - y_A = y_C - y_D,$$

где y_A, y_B, y_C, y_D - вертикальные координаты соответствующих точек. А поскольку для падения на землю без начальной скорости

$$y_i = \frac{gt_i^2}{2}$$

получаем

$$t_D = \sqrt{t_A^2 + t_C^2 - t_B^2} = t\sqrt{2,8}$$