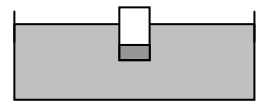


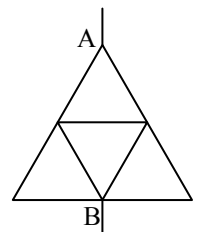
2.7. Заключительный тур олимпиады «Росатом», 8 класс

1. (2 балла) В бассейне плавает открытый вертикальный цилиндрический стакан с очень тонкими стенками. В стакан налита вода, высотой h от дна стакана. На сколько изменится расстояние от уровня воды в бассейне до дна стакана, если третья часть воды из стакана испарится? Ответ обоснуйте.



2. (2 балла) У проходной Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ» образовалась очередь школьников, желающих принять участие в заключительном туре олимпиады «Росатом», длиной $L = 80$ метров. Каждую минуту первые $n = 8$ человек из очереди проходят через проходную, а за это время в конец очереди приходят $k = 4$ новых человека. Через $t = 40$ минут очередь исчезла. С какой средней скоростью двигались люди, пока они находились в очереди? Ответ выразите в метрах в минуту. Сколько человек участвовало в олимпиаде? Считать, что каждый человек занимает в очереди одинаковое место.

3. (2 балла) Электрическая цепь составлена из двух равносторонних треугольников так, как это показано на рисунке. Внутренний треугольник вдвое меньше внешнего и присоединен к серединам сторон внешнего треугольника. Найти сопротивление цепи, включенной в сеть между точками А и В. Известно, что сопротивление сторон большого треугольника равно r , сопротивление каждого проводника пропорционально его длине.



4. (2 балла) Между городами А и В ездят Мерседес и Жигули. Скорость Жигулей составляет $2/3$ от скорости Мерседеса. Жигули выезжают из города А, Мерседес через некоторое время выезжает из города В. Оказалось, что они встречаются ровно посередине отрезка АВ. В этот момент они разворачиваются и едут назад. Доехав до городов, из которых они выехали (Жигули – до города А, Мерседес – до В), они снова разворачиваются и едут навстречу друг другу. Затем опять встречаются, разворачиваются и т.д. На каком расстоянии от города А произойдет 2016 встреча Мерседес-

са и Жигулей, если они ездят с постоянными скоростями, а разворачиваются мгновенно? Расстояние между городами - L .

5. (2 балла) Три сейсмических станции, расположенные на одной прямой в точках А, В и С (точка В находится между А и С и $AB=AC$), зарегистрировали землетрясение, эпицентр которого находился на той же прямой. В момент начала регистрации землетрясения часы на станции А показывали время t_A , на станции В - t_B , на станции С - t_C ($t_A < t_B < t_C$). В какое время началось землетрясение, если часы на всех станциях идут правильно, а станции находятся в одном часовом поясе?

Ответы и решения

1. Пусть расстояние от уровня воды в бассейне и дном стакана равно H . С одной стороны, выталкивающая сила, действующая на стакан, равна весу воды в объеме погруженной в воду части стакана. С другой стороны, эта сила компенсирует вес стакана и вес воды в стакане. Поэтому вес самого стакана равен весу воды в той части стакана, которая погружена в воду, но свободна от воды. А это значит, что при испарении воды в стакане расстояние от поверхности воды в бассейне до поверхности воды в стакане не меняется. Поэтому

$$H - h = H_1 - \frac{2}{3}h$$

где H_1 - расстояние от поверхности воды в бассейне до поверхности воды в стакане после испарения одной трети воды. Отсюда находим изменение расстояния между уровнями воды в бассейне и стакане при испарении

$$\Delta H = H - H_1 = \frac{1}{3}h$$

2. «Хвост» очереди перемещается со следующей средней скоростью

$$v_x = \frac{L}{t} = 2 \text{ м/мин}$$

Где $L = 80$ м – первоначальная длина очереди, $t = 40$ мин – время «рассасывания» очереди. При этом очередь каждую минуту становится короче на

$$N = n - k = 2 \text{ 1/мин}$$

человек (размерность величин n и k - 1/мин). Это значит, что каждый человек занимает в очереди следующее место

$$\Delta l = \frac{L}{t(n-k)} = 0,5 \text{ м}$$

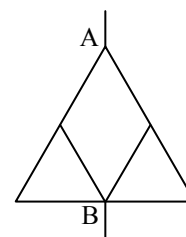
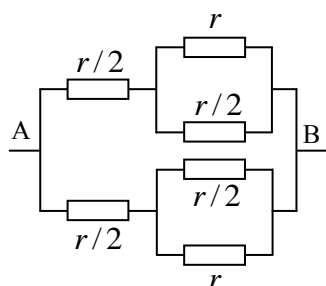
Поскольку при движении очереди каждую минуту проходят $n = 8$ человек, то каждый человек проходит в минуту расстояние $n\Delta l$, и, следовательно, скорость человека

$$v = n\Delta l = \frac{nL}{t(n-k)} = 4 \text{ м/мин}$$

Поскольку каждую минуту проходят $n = 8$ человек, а очередь рассасывается за время $t = 40$ минут, то в олимпиаде участвовало

$$N_1 = nt = 320 \text{ человек.}$$

3. Из симметрии задачи очевидно, что ток по проводу, параллельному основанию треугольника не течет (направления «право-лево» абсолютно одинаковы, и току некуда быть направленному). Поэтому данная в условии цепь эквивалентна цепи, которая показана на рисунке справа и которая сводится к последовательному и параллельному соединению проводников. Поскольку сопротивление каждого проводника пропорционально его длине эта цепь может быть показана с следующим виде. Находя ее сопротивление, получим



$$R = \frac{5}{12} r$$

4. Поскольку сумма расстояний, пройденных машинами от одной встречи до другой, равна удвоенному расстоянию между городами, то между двумя последовательными встречами Мерседеса и Жигулей проходят одинаковые интервалы времени, равные

$$\Delta t = \frac{2L}{v_1 + v_2} = \frac{4L}{5v_1}$$

Где L - расстояние между городами, v_1 и $v_2 = 3v_1/2$ - скорости Жигулей и Мерседеса. Поэтому до второй встречи Жигули пройдут расстояние

$$S_1 = v_1 \Delta t = \frac{4L}{5}$$

Поэтому вторая встреча машин произойдет на расстоянии

$$L_1 = S_1 - \frac{L}{2} = \frac{4L}{5} - \frac{L}{2} = \frac{3L}{10}$$

от города А, третья – посередине между городами, четвертая – снова на расстоянии $3L/10$, пятая – снова посередине и т.д. Таким образом, 2016 встреча между машинами произойдет на расстоянии $3L/10$ от города А.

5. Пусть землетрясение произошло в момент времени t_0 , расстояние от эпицентра до станции А равно x , расстояние между станциями А и В (а также В и С) равно l . Тогда для моментов времени t_A , t_B и t_C справедливы следующие очевидные соотношения

$$\begin{cases} t_A = t_0 + \frac{x}{c} \\ t_B = t_0 + \frac{l-x}{c} \\ t_C = t_0 + \frac{2l-x}{c} \end{cases}$$

где c - скорость распространения сейсмической волны. Решая эту систему уравнений, получим

$$t_0 = t_B - \frac{t_A + t_C}{2}.$$