

2.15. Отборочный тур олимпиады «Росатом», 8 класс

1. Имеются две закрытые стеклянные бутылки, одна из которых полностью заполнена водой, вторая ртутью. Первую бутылку опускают в сосуд с водой, вторую – в сосуд с ртутью. Что с ними произойдет? Ответ обоснуйте.
2. В кастрюлю, заполненную до краев водой и имеющую массу (вместе с водой) $M = 3,5$ кг кладут камень массой $m = 1$ кг, который полностью погружается в воду. В результате масса кастрюли (со всем содержимым) становится равной $M_1 = 4$ кг. Найти плотность камня. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³.
3. Человек первую треть полного времени движения прошел по лесной дороге со скоростью $v = 1$ км/ч. Вторую треть полного времени движения человек шел по шоссе со скоростью $3v$. Оставшейся участок, длина которого равна трети всего пути, человек прошел со скоростью v_1 . Найти v_1 .
4. Какую максимальную массу льда с температурой 0° С можно бросить в воду массой $m = 1,5$ кг с начальной температурой $t = 30^\circ$ С, чтобы весь лед растаял? Удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг град), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,35 \cdot 10^5$ Дж/кг.
5. От пристани отходит корабль. Через некоторое время вслед за кораблем с пристани вылетает муха. Долетев до корабля, муха разворачивается, летит обратно и возвращается к пристани через время $t_1 = 8$ мин после старта. Сразу после этого муха повторяет движение от пристани до корабля и обратно, но затрачивает на него время $t_2 = 10$ мин. Какое время затратит муха на третье такое же путешествие? Корабль и муха движутся с постоянными скоростями.

Ответы и решения

1. Поскольку плотность стекла больше плотности воды, то средняя плотность бутылки с водой больше плотности воды, следовательно, она утонет в воде. Бутылка с ртутью будет плавать в ртути, поскольку ее средняя плотность меньше плотности ртути.
2. Камень утонет и вытеснит воду такого же объема, как он сам. Поэтому масса кастрюли увеличится на разность массы камня и массы вытекшей воды

$$\Delta M = M_1 - M = (\rho_k - \rho)V$$

где ρ_k и V - плотность камня и его объем. С другой стороны $m = \rho_k V$. Поэтому

$$\Delta M = (\rho_k - \rho) \frac{m}{\rho_k}$$

Отсюда находим

$$\rho_k = \frac{\rho m}{(m - \Delta M)} = 2000 \text{ кг/м}^3.$$

3. Пусть полный путь, пройденный человеком, равен S , затраченное время - t . Тогда из соотношений, связывающих расстояние, время и скорость для первого и второго этапа движения имеем

$$v \frac{t}{3} + 3v \frac{t}{3} = \frac{2S}{3} \quad (1)$$

С другой стороны

$$v_1 = \frac{S/3}{t/3}$$

Поэтому из (1) находим

$$v_1 = 2v = 2 \text{ км/ч}$$

3. Поскольку напряжение сети не зависит от нагрузки, из закона Джоуля-Ленца

$$P = \frac{U^2}{r}$$

Закключаем, что мощность нагревателя будет максимальной при условии максимального количества соединений полюсов сети проволоками с минимальным сопротивлением. Но сопротивление каждой проволоки нельзя сделать меньше, чем $r = 220 \text{ Ом}$, поскольку ток через проволоку не должен превосходить 1 А . Поэтому можно разрезать проволоку на 4 части, три с сопротивлением $r = 220 \text{ Ом}$; останется кусок с сопротивлением $r_1 = 120 \text{ Ом}$. По условию этот кусок нельзя выбросить, но из него можно сделать проводник с сопротивлением, практически равным нулю (разрезав его на множество маленьких участков и соединить их параллельно), и включить последовательно любому из участков. Поэтому максимальная мощность нагревателя определяется соотношением

$$P_{\max} = 4 \frac{U^2}{r} = 880 \text{ Вт}$$

5. Пусть скорость корабля v , скорость мухи - u , расстояние от причала до корабля в момент вылета мухи равно l . Тогда время движения мухи до корабля и назад равно

$$t_1 = \frac{2l}{u - v} \quad (1)$$

а расстояние от корабля до причала равно

$$l_1 = l + vt_1 = \frac{l(u + v)}{u - v}$$

Это значит, что время, затраченное мухой на второе путешествие, можно найти по формуле (1), в которой нужно сделать замену $l \rightarrow l_1$

$$t_2 = \frac{2l_1}{u - v} = \frac{2l(u + v)}{(u - v)^2} = t_1 \frac{(u + v)}{(u - v)} \quad (2)$$

В этот момент между кораблем и пристанью будет расстояние

$$l_2 = l_1 + vt_2 = \frac{l(u+v)^2}{(u-v)^2}$$

А это значит, что время, которое затратит муха на третье путешествие, можно найти из (1) с помощью замены $l \rightarrow l_2$

$$t_3 = \frac{2l_2}{u-v} = \frac{2l(u+v)^2}{(u-v)^3} = t_1 \frac{(u+v)^2}{(u-v)^2} \quad (3)$$

Из (2), (3) получаем

$$t_3 = \frac{t_2^2}{t_1} = 12,5 \text{ мин.}$$