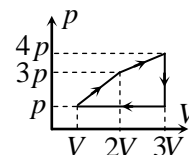


## 2.12. Заключительный тур олимпиады «Росатом», 10 класс

1. Источник напряжения с нулевым внутренним сопротивлением присоединяют к двум соседним вершинам проволочной рамки в форме правильного  $n$ -угольника. Затем тот же источник присоединяют к вершинам рамки, расположенным через одну. При этом ток через источник уменьшается в  $k = 1,5$  раза. Найти число сторон  $n$ -угольника.

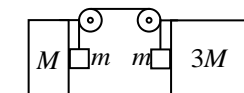
2. Фигуристы исполняют следующий элемент: фигуристка вращается с постоянной скоростью вокруг своей оси, фигурист также с постоянной скоростью совершает обороты вокруг партнерши (в том же направлении). Известно, что фигурист сделал два полных оборота вокруг партнерши за время  $t = 10$  секунд, за это время фигуристка  $n = 9$  раз повернулась лицом к своему партнеру, причем первый раз (из этих 9) фигуристка была повернута к нему лицом в самом начале элемента, последний – в конце. За какое время фигуристка совершает один оборот?

3. С одним моле одноатомного идеального газа происходит циклический процесс, график которого в координатах «давление-объем» приведен на рисунке. Найти КПД процесса. Все необходимые величины даны на рисунке.



4. На горизонтальной доске лежит мел. Коэффициент трения между доской и мелом  $k = 0,3$ . Доске резко сообщают горизонтальную скорость  $v_0 = 5$  м/с, а через время  $\tau = 1$  с резко останавливают. Найти длину следа мела на доске. Считать, что при скольжении по доске мел оставляет след; если мел движется по уже оставленному следу, то длина следа не изменяется.  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

5. На гладком горизонтальном столе находятся два тела с массами  $M$  и  $3M$ . Одинаковые грузы с массой  $m$  ( $m = M/4$ ) связаны невесомой нитью, переброшенной через блоки. Тела отпускают. Найти ускорение тела  $M$ .



### Ответы и решения

1. Источник напряжения с нулевым внутренним сопротивлением присоединяют к двум соседним вершинам проволочной рамки в форме правильного  $n$ -угольника. Затем тот же источник присоединяют к вершинам рамки, расположенным через одну. При этом ток через источник уменьшается в  $k = 1,5$  раза. Найти число сторон  $n$ -угольника.

**Решение.** Пусть число сторон многоугольника равно  $n$ . Когда источник подключен к двум соседним вершинам многоугольника, его сопротивление равно

$$R_{1-2} = \frac{(n-1)r}{n}$$

где  $r$  - сопротивление одной стороны. Если источник подключен к вершинам через одну

$$R_{1-3} = \frac{2(n-2)r}{n}$$

Поэтому закон Ома для замкнутой цепи в двух случаях дает

$$I_{1-2} = \frac{\varepsilon}{R_{1-2}}; \quad I_{1-3} = \frac{\varepsilon}{R_{1-3}}$$

Отсюда

$$\frac{I_{1-2}}{I_{1-3}} = k = \frac{R_{1-3}}{R_{1-2}} = \frac{2(n-2)}{n-1}$$

или

$$n = \frac{k-4}{k-2} = 5$$

2. В некоторый момент времени фигуристы начинают исполнение следующего элемента: фигуристка вращается с постоянной скоростью вокруг своей оси, фигурист также с постоянной скоростью совершает обороты вокруг партнерши. Известно, что фигурист сделал два полных оборота вокруг партнерши за время  $t = 10$  секунд, за это время фигуристка  $n = 9$  раз повернулась лицом к своему партнеру, причем первый раз (из этих 9) фигуристка была повернута к нему лицом в самом начале элемента, последний – в самом конце. Сколько времени тратит фигуристка на один оборот вокруг своей оси?

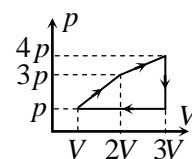
**Решение.** Пусть угловая скорость вращения фигуристки  $\omega_2$ , фигуриста  $\omega_1$  ( $\omega_2 > \omega_1$ ). Очевидно

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{t_1}; \quad \omega_2 = \frac{2\pi}{t_2}$$

где  $t_1 = t/2$  и  $t_2$  - время полного оборота фигуриста и фигуристки. В системе отсчета, связанной с фигуристкой, фигурист вращается в противоположном направлении с угловой скоростью  $\omega_2 - \omega_1$ . Время полного оборота фигуриста вокруг фигуристки, которое с одной стороны есть  $t/(n-1)$ , равно

$$\frac{t}{n-1} = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{t_2 t_1}{t_1 - t_2} \Rightarrow \frac{n-1}{t} = \frac{1}{t_2} - \frac{2}{t} \Rightarrow t_2 = \frac{t}{n+1} = 1 \text{ с}$$

3. С одним молем одноатомного идеального газа происходит циклический процесс, график которого в координатах «давление-объем» приведен на рисунке. Найти КПД процесса. Все необходимые величины даны на рисунке.



**Решение.** Работа газа за цикл равна площади цикла

$$A = \frac{7pV}{2}$$

Газ получает тепло от нагревателя в процессе расширения от  $V$  до  $2V$  и от  $2V$  до  $3V$ . Применяя ко всему этому процессу первый закон термодинамики, получаем

$$Q = A + \Delta U = \frac{11pV}{2} + \frac{33pV}{2} = \frac{44pV}{2}$$

Отсюда

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{7}{44} = 15,9\%$$

4. На горизонтальной доске лежит мел. Коэффициент трения между доской и мелом  $k = 0,3$ . Доске резко сообщают горизонтальную скорость  $v_0 = 5$  м/с, а через время  $\tau = 1$  с резко останавливают. Найти длину следа мела на доске. Считать, что при скольжении по доске мел оставляет след; если мел движется по уже оставленному следу, длина следа не увеличивается.

**Решение.** Когда доске резко сообщают скорость, мел начинает скользить по доске и движется с постоянным ускорением  $a = kg$  (причем движение мела относительно доски происходит в направлении, противоположном направлению движения доски). Если за то время, время пока доска движется, мел успевает приобрести скорость доски, то он проходит по доске путь  $S = \frac{v_0^2}{2kg}$ , а дальше движется вместе с доской. Поэтому след на доске имеет длину  $S$ . Если теперь доску мгновенно остановить, мел будет двигаться относительно доски в противоположную сторону, и пройдет точно такой же путь до остановки (т.к. его начальная скорость и ускорение такие же). Поэтому мел остановится в той же точке, где он находился до сообщения доске скорости, и, следовательно, длина следа и равна

$$S = \frac{v_0^2}{2kg} \quad (*)$$

Если время  $\tau$  мало ( $\tau < v_0/kg$ ), то мел не успевает приобрести скорость доски, а до остановки проходит расстояние

$$S_1 = v_0\tau - \frac{kg\tau^2}{2} \quad (**)$$

Которое меньше, чем расстояние (\*). Если теперь доску остановить, то мел относительно доски будет иметь скорость  $kg\tau$  и пройдет в обратную сторону до остановки следующий путь

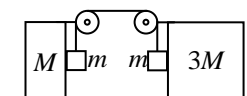
$$S_2 = \frac{kg\tau^2}{2} \quad (***)$$

Поскольку  $kg\tau < v_0$ , то «обратный» путь мела по доске  $S_2$  меньше «прямого», поэтому длина следа на доске равна  $S_1$  (\*\*).

Итак, длина следа мела на доске определяется формулой (\*), если  $\tau > v_0/kg$ , и формулой (\*\*), если  $\tau < v_0/kg$ . В первом варианте:  $\tau = 1$  с,  $k = 0,3$ ,  $v_0 = 5$  м/с. Поэтому  $\tau < v_0/kg$ . Длина

$$\text{следа } S_1 = v_0\tau - \frac{kg\tau^2}{2} = 3,5 \text{ м}$$

5. На гладком горизонтальном столе находятся два тела с массами  $M$  и  $3M$ . Одинаковые грузы с массой  $m$  ( $m = M/4$ ) связаны невесомой нитью, переброшенной через блоки. Тела отпускают. Найти ускорение тела  $M$ .



**Решение.** В горизонтальном направлении на тела  $M$  и  $3M$  действуют силы натяжения, сближающие эти тела. Пусть сила натяжения нити равна  $T$ . Тогда ускорения тел  $M$  и  $3M$  будут равны

$$a_M = \frac{T}{M+m} = \frac{T}{5m} = a; \quad a_{3M} = \frac{T}{3M+m} = \frac{T}{13m} = \frac{5a}{13}; \quad a_m = \frac{mg-T}{m} = g - \frac{T}{m} = g - 5a$$

Найдем связи между ускорениями. Пусть скорость тела  $M$  в какой-то момент времени равна  $v$ . Тогда за малое время  $\Delta t$  это тело переместилось на  $\Delta x = v\Delta t$ . Но ускорение второго тела  $5a/13$ . Поэтому его скорость в этот момент  $5v/13$ , и оно следовательно, переместится на  $5\Delta x/13$ . Поскольку в сумме тела переместились на  $18\Delta x/13$ , каждое из тел  $m$  опустилось на  $9\Delta x/13$ . Это значит, что скорости тел  $m$  в этот момент равны  $9v/13$ , а ускорения  $a_m = 9a/13$ . Таким образом

$$\frac{9}{13}a = g - 5a$$

Или

$$a = \frac{13}{74}g$$