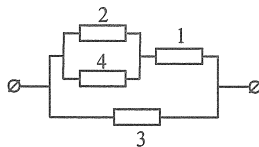


## 2.13. Заключительный тур олимпиады «Росатом», 9 класс

### Ответы и решения

1. Очевидно, что данную цепь с помощью деформации проводов можно привести к виду



Сопротивление нижнего участка  $r$ , верхнего  $3r/2$ . Поэтому ток в верхнем участке (через сопротивление 1) будет составлять  $2/3$  от тока в нижнем. Между сопротивлениями 2 и 4 верхний ток поделится пополам. Поэтому ток через сопротивление 2 будет составлять  $1/3$  от тока через сопротивление 3. Поэтому по закону Джоуля-Ленца заключаем, что

$$\frac{P_2}{P_3} = \frac{1}{9} = 0,11.$$

2. Пусть расстояние АВ равно  $x$ . Тогда, очевидно, что сумма расстояний, пройденных машинами до первой встречи, равно  $x$ , а до второй встречи -  $3x$ . Действительно, до второй встречи каждая машина доедет до второго города (в сумме  $2x$ ), и проедет расстояние от него до места встречи другой машиной. Поэтому, с одной стороны, машина, выехавшая из города А, пройдет до второй встречи расстояние  $3l$ , с другой это расстояние равно расстоянию между городами плюс расстоянию от города В до точки второй встречи. Отсюда

$$3l = x + \frac{3l}{4}$$

или

$$x = \frac{9l}{4}$$

3. Законы движения тел в системе координат, начало которой совпадает с начальным положением нижнего тела, ось  $x$  направлена вертикально вверх, дают

$$x_1(t) = 3v_0t - \frac{gt^2}{2}$$

$$x_2(t) = l + v_0t - \frac{gt^2}{2}$$

В момент столкновения тел  $\tau$  их координаты совпадут, поэтому

$$3v_0\tau - \frac{g\tau^2}{2} = l + v_0\tau - \frac{g\tau^2}{2}$$

Откуда находим время столкновения

$$\tau = \frac{l}{2v_0}$$

и координату точки столкновения

$$x = l - \frac{gl^2}{8v_0^2} = -25 \text{ м}$$

Знак «-» означает, что встреча тел произойдет ниже начального положения нижнего тела.

4. Поскольку при выключенном нагревателе вода остывает, нужно учитывать теплопотери. Пусть мощность нагревателя  $P$ , а мощность теплопотерь (количество теплоты, теряемое в единицу времени) при рассматриваемой температуре  $w$ . Тогда

$$Pt_1 = cm\Delta T + wt_1$$

$$cm\Delta T = wt_2 \quad (*)$$

Решая систему уравнений (\*), получим

$$P = \frac{cm\Delta T(t_1 + t_2)}{t_1 t_2} = 31,5 \text{ Вт}$$

5. Так как кольца невесомы и нет трения, то нить в процессе движения бусинки будет перпендикулярна стержням (достаточно бесконечно малой силы, чтобы их перемещать). Пусть длина вертикального участка нити  $y$ , горизонтального -  $x$ . Тогда  $x + y = 3l$ . А это значит, что в системе координат, оси которой совпадают со спицами, траектория бусинки описывается функцией

$$y = -x + 3l$$

т.е. направлена под углом  $45^\circ$  к горизонту и пересекает вертикальную спицу на расстоянии  $3l$  от точки их соединения (см. рисунок; траектория бусинки показана пунктиром, ее длина  $\sqrt{2}l$ ).

Найдем ускорение бусинки. На бусинку действуют две силы натяжения и сила тяжести. Но поскольку сумма сил натяжения перпендикулярна траектории, то ускорение бусинки равно проекции ускорения свободного падения на направление траектории, т.е.

$$a = \frac{\sqrt{2}g}{2}.$$

Поэтому

$$\sqrt{2}l = \frac{\sqrt{2}gt^2}{4} \quad \Rightarrow \quad t = 2\sqrt{\frac{l}{g}}$$

