

2.14. Отборочный тур олимпиады «Росатом», 8 класс

Ответы и решения

1. Плотность раствора определяется очевидным соотношением

$$\rho_p = \frac{m}{V_v + V_k} = \frac{m}{\frac{m - m_k}{\rho_v} + \frac{m_k}{\rho_k}} = \frac{m \rho_v \rho_k}{m \rho_k + m_k (\rho_v - \rho_k)}, \quad (*)$$

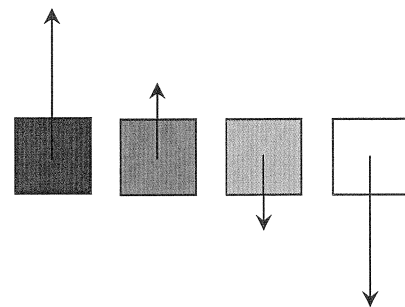
где V_v и V_k - объемы воды и кислоты, m_k - масса кислоты. Выражая из уравнения (*) массу кислоты, получим

$$m_k = \frac{m \rho_k (\rho_p - \rho_v)}{\rho_p (\rho_k - \rho_v)}.$$

Используя далее данные в условии соотношения плотностей, получим

$$m_k = 96 \text{ г.}$$

2. Поскольку в условии не сказано, как направлены силы, то, очевидно, существует четыре варианта удерживания тел под водой и, соответственно, четыре тела с разными плотностями (см. рисунок).



Для самого тяжелого тела (которое нужно удерживать силой \vec{F}_2 , направленной вверх) условие равновесия дает

$$mg = F_2 + F_A \quad \Rightarrow \quad \rho Vg = F_2 + \rho_e Vg \quad \Rightarrow \quad (\rho - \rho_e)Vg = F_2$$

где m - масса самого тяжелого тела, F_A - действующая на него в толще воды выталкивающая сила Архимеда, V - объем тел, ρ_e - плотность воды. Отсюда находим объем тел

$$V = \frac{F_2}{(\rho - \rho_e)g} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3.$$

Записывая теперь условия равновесия для остальных тел, найдем

$$\rho_1 gV = F_1 + \rho_e gV \quad \Rightarrow \quad \rho_1 = \frac{F_1}{gV} + \rho_e = 1200 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_2 gV = \rho_e gV - F_1 \quad \Rightarrow \quad \rho_2 = \rho_e - \frac{F_1}{gV} = 800 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_3 gV = \rho_e gV - F_3 \quad \Rightarrow \quad \rho_3 = \rho_e - \frac{F_2}{gV} = 600 \text{ кг/м}^3$$

Итак, всего тел – четыре, их плотности

$$\rho = 1400 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_1 = 1200 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_2 = 800 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_3 = 600 \text{ кг/м}^3.$$

3. Пусть длина бассейна l , скорость первого человека v_1 , второго v_2 . Тогда очевидно

$$v_1 = \frac{l}{t_1}; \quad v_2 = \frac{l}{t_2}$$

Поскольку при обгоне второго пловца «на круг» первый пловец проплывает на $2l$ большее расстояние, для искомого времени t_x справедливо уравнение

$$(v_1 - v_2)t_x = 2l$$

Откуда находим

$$t_x = \frac{2t_1 t_2}{t_2 - t_1} = 480 \text{ (сек)} = 8 \text{ (мин)}$$

4. Пусть скорость эскалатора u , его длина L . Тогда в первом случае Вовочка движется со скоростью $v - u$, во втором – со скоростью v и проходит расстояние L . Поэтому для первого и второго случаев получаем

$$\frac{L}{v+u} + \Delta t_1 = \frac{L}{v-u}$$

$$\frac{L}{v+u} + \Delta t_2 = \frac{L}{v}$$

Или

$$\frac{\Delta t_1}{L} = \frac{2u}{(v+u)(v-u)}$$

$$\frac{\Delta t_2}{L} = \frac{u}{(v+u)v}$$

Деля уравнения друг на друга, получим

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{2v}{v-u}$$

Откуда найдем

$$u = \frac{v(\Delta t_1 - 2\Delta t_2)}{\Delta t_1} = 5 \text{ км/час}$$

5. Пусть за какое-то время израсходовано топливо массой m с удельной теплотой сгорания λ , а использовано количество теплоты Q ($Q < \lambda m$). Тогда результаты измерения КПД нагревателя дадут

$$\eta_1 = \frac{Q}{\lambda m} \quad (*)$$

С другой стороны, поскольку часть топлива терялась, использованная теплота составляет долю η_2 от той части топлива, которая осталась после потерь, где η_2 - настоящий КПД нагревателя

$$Q = \eta_2 \lambda (1 - \delta) m \quad (**)$$

Подставляя (*) в (**), найдем

$$\eta_2 = \frac{\eta_1}{1 - \eta_1} = \frac{\eta_1}{0,95} = 84 \%$$