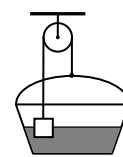


5.2.3. Ростов-на-Дону, Хабаровск, Москва (МГУПС), Екатеринбург, Иркутск, Новосибирск, Самара (СамГУПС), Санкт-Петербург (ШГУПС), Омск, Саратов, 11 класс (заключительный этап олимпиады «Росатом»)

1. К сосуду с жидкостью суммарной массой m прикреплена невесомая и нерастяжимая нить, переброшенная через блок. Ко второму концу нити прикреплено тело с массой $1,2m$, в положении равновесия частично погруженное в жидкость. На какую часть своего объема тело погружено в жидкость? Плотность тела втрое больше плотности жидкости.



2. Цилиндрический сосуд длиной l разделен на три части подвижными перегородками. В каждом отсеке содержится по одному молю

He	H ₂	O ₂
----	----------------	----------------

гелия, водорода и кислорода. В некоторый момент времени левая перегородка становится прозрачной для гелия и водорода, правая - только для гелия. На сколько переместится правый поршень? Температуры газов не меняются в течение всего процесса.

3. Три металлических концентрических сферы имеют радиусы R , $2R$ и $4R$. Меньшую сферу заряжают зарядом Q , большую - зарядом $-3Q$, а среднюю заземляют с помощью длинного и тонкого проводника. Найти потенциал большей сферы. Емкостью проводника пренебречь.

4. На одном из островов Бермудского треугольника ускорение свободного падения отклонено на юг и составляет угол α с вертикалью. На каком расстоянии от туземца упадет камень, брошенный вертикально вверх с начальной скоростью v_0 ? В каком направлении его следует бросить, чтобы он вернулся обратно? Вращение Земли не учитывать.

5. Воду нагревают кипятильником, подключенным к источнику напряжения U . Электрическое сопротивление кипятильника линейно зависит от температуры: $R = R_0 + \alpha T$, где R_0 и α - постоянные. Масса воды равна m , а ее удельная теплоемкость - c . Начальная температура воды - T_0 , кипения - T_k . Через какое время вода закипит? Потерями тепла пренебречь.

Ответы и решения

1. Условия равновесия для тела и сосуда дают

$$T + F_A = 1,2mg$$

$$T = mg + F_A$$

где T и F_A - силы натяжения нити и Архимеда соответственно. Вычитая второе уравнение из первого, найдем силу Архимеда

$$F_A = 0,1mg = 0,1\rho_m Vg$$

где ρ_m и V - плотность и объем тела. С другой стороны, по закону Архимеда имеем

$$F_A = \rho_{ж} g V_{н.ч.} = 0,1\rho_m Vg$$

где $\rho_{ж}$ и $V_{н.ч.}$ - плотность и объем погруженной в жидкость части тела. Отсюда находим долю объема тела, погруженную в жидкость.

$$\frac{V_{н.ч.}}{V} = \frac{0,1\rho_m}{\rho_{ж}} = 0,3$$

Еще нужно разделить на 1,2, т.к. масса тела не m , а $1,2m$.

2. Так как в каждом отсеке содержится по одному молю газа, перегородки делят цилиндр на три равные части. После того как обе перегородки стали проницаемы для гелия, гелий распределится по всему сосуду с равной концентрацией и будет оказывать одинаковое парциальное давление независимо от положений перегородок. Поэтому при исследовании их равновесия гелий можно не учитывать. Водород распределится по среднему и левому отсеку, причем с одинаковой концентрацией, поэтому левая перегородка не оказывает никакого влияние на поведение газов в сосуде и ее можно не рассматривать. Справа от правой перегородки находится один моль кислорода, слева – один моль водорода. Поэтому перегородка окажется посередине сосуда, и, следовательно, ее перемещение составит $\Delta x = \frac{l}{2} - \frac{l}{3} = \frac{l}{6}$.

3. Поскольку средняя сфера заземлена, ее потенциал равен нулю. С другой стороны по принципу потенциал средней сферы равен

$$\varphi = \frac{kQ}{2R} + \frac{kx}{2R} + \frac{k(-3Q)}{4R}$$

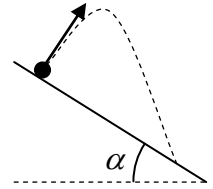
где k - постоянная закона Кулона, x - заряд средней сферы. Приравнивая этот потенциал к нулю, находим заряд средней сферы x :

$$x = \frac{Q}{2}.$$

Теперь по принципу суперпозиции находим потенциал большей сферы

$$\varphi = \frac{kQ}{4R} + \frac{k(Q/2)}{4R} + \frac{k(-3Q)}{4R} = -\frac{3kQ}{8R}$$

4. Для простоты повернем \vec{g} вертикально вниз, а поверхность земли наклоним. Тогда наша задача полностью эквивалентна задаче о теле брошенном на плоскости, наклоненной под углом α к горизонту, при условии, что вектор \vec{g} направлен вертикально вниз (см. рисунок). И



скомое расстояние от упавшего камня до точки бросания есть расстояние вдоль плоскости. Проецируя уравнения движения на ось x , направленную вдоль плоскости, и y , направленную перпендикулярно, получим

$$\begin{cases} x(t) = \frac{g \sin \alpha t^2}{2} \\ y(t) = v_0 t - \frac{g \cos \alpha t^2}{2} \end{cases}$$

Время движения t_0 находим из условия $y(t_0) = 0$:

$$t_0 = \frac{2v_0}{g \cos \alpha}.$$

Подставляя его в уравнение для $x(t)$, найдем искомое расстояние

$$l = \frac{2v_0^2 \sin \alpha}{g \cos^2 \alpha}$$

Чтобы камень упал в ту же точку его нужно бросить противоположно вектору \vec{g} , т.е. под углом α к вертикали.

5. Для малого интервала времени Δt , когда температура воды равна T имеем

$$\frac{U^2 \Delta t}{R_0 + \alpha T} = cm \Delta T$$

где ΔT - изменение температуры воды в течение рассматриваемого интервала времени. Отсюда находим

$$U^2 \Delta t = cm(R_0 + \alpha T) \Delta T = cmR_0 \Delta T + cm\alpha T \Delta T$$

Аналогичные формулы можно написать для любых интервалов времени Δt . Складывая все эти формулы, получим

$$U^2 t = cmR_0(T_\kappa - T_0) + cm\alpha \sum T \Delta T$$

где t - время нагрева. Сумма в правой части имеет такой же вид, как формула для работы силы упругости пружины при ее удлинении от одного значения до другого.

Пользуясь этими результатами, получаем

$$U^2 t = cmR_0(T_\kappa - T_0) + cm\alpha \frac{(T_\kappa^2 - T_0^2)}{2} = cm(T_\kappa - T_0) \left(R_0 + \frac{\alpha(T_\kappa + T_0)}{2} \right)$$

Отсюда

$$t = \frac{cm(T_\kappa - T_0)}{U^2} \left(R_0 + \frac{\alpha(T_\kappa + T_0)}{2} \right)$$