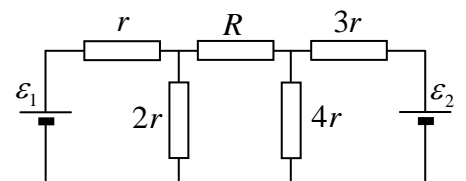


### 5.1.3. Олимпиада имени проф. И.В.Савельева, 11 класс (отборочный тур олимпиады «Росатом»)

1. Тело бросают вертикально вверх с поверхности земли с начальной скоростью  $v_0 = 20$  м/с. Какой путь пройдет тело за время  $t = 3$  с.  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

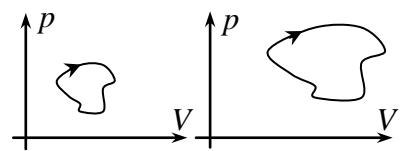
2. Четыре конденсатора с емкостями  $C$ ,  $2C$ ,  $3C$  и  $4C$ , рассчитанные на максимальные напряжения  $2U$ ,  $3U$ ,  $4U$  и  $U$  соответственно, соединены последовательно. К какому максимальному напряжению можно подключить эту батарею конденсаторов?

3. Каким должно быть отношение ЭДС источников ( $\varepsilon_1 / \varepsilon_2$ ) в схеме, изображенной на рисунке, чтобы через



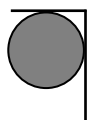
сопротивление  $R$  не тек электрический ток? Значения остальных сопротивлений приведены на рисунке.

4. С идеальным газом происходит процесс, график которого в координатах  $p - V$  приведен на левом рисунке. КПД процесса равен  $\eta$ . Чему будет равен КПД процесса, про-



ходящего через последовательность состояний, в каждом из которых давление в 2 раза, а объем в 3 раза больше давления и объема газа в первом процессе (правый рисунок). Ответ обосновать.

5. Квадратная пластина изогнута под прямым углом так, что длина одной стороны получившегося двугранного угла в 1,2 раза больше другой. Пласти-



ну кладут на закрепленный горизонтальный цилиндр, диаметр которого равен длине короткой стороны двугранного угла; при этом короткая сторона угла располагается горизонтально, длинная – вертикально (см. рисунок). При каком минимальном коэффициенте трения между пластиной и цилиндром пластина будет в равновесии?

### Ответы и решения

1. Тело поднимется до верхней точки своей траектории за время  $t = v_0 / g = 2$  с. Поэтому пройденный за  $t = 3$  с путь складывается из подъема до верхней точки в течение 2 секунд и спуска в течение одной секунды. Максимальная высота подъема тела определяется известным соотношением

$$h = \frac{v_0^2}{2g} = 20 \text{ м.}$$

Расстояние от верхней точки, на которое тело спустилось за  $t = 1$  с найдем из закона движения

$$\Delta S = \frac{gt^2}{2} = 5 \text{ м}$$

Отсюда находим пройденный за время  $t = 3$  с путь:

$$S = h + \Delta S = 25 \text{ м.}$$

**2.** При последовательном соединении конденсаторов каждый будет заряжен одинаковым зарядом, а сумма электрических напряжений на каждом конденсаторе будет равна напряжению на батарее  $U_0$ . Используя далее определение емкости  $U = q/C$  ( $U$  - напряжение,  $q$  - заряд,  $C$  - емкость конденсатора), находим, что напряжения относятся как обратные емкости

$$U_1 : U_2 : U_3 : U_4 = 12 : 6 : 4 : 3$$

( $U_1, U_2, U_3, U_4$  - напряжения на конденсаторах  $C, 2C, 3C$  и  $4C$  соответственно).

Отсюда находим напряжения на конденсаторах

$$U_1 = \frac{12U_0}{25}, U_2 = \frac{6U_0}{25}, U_3 = \frac{4U_0}{25}, U_4 = \frac{3U_0}{25}.$$

Сравнивая эти напряжения с предельными значениями напряжений конденсаторов, заключаем, что при увеличении приложенного к батарее конденсаторов напряжения  $U_0$  произойдет пробой первого конденсатора (с емкостью  $C$ ). Это произойдет, когда напряжение на батарее достигнет величины

$$U_0 = \frac{50U}{12}.$$

Это и есть максимальное напряжение на батарее.

**3.** Если ток не течет через сопротивление  $R$ , то он не течет и по участку цепи, связывающему нижние клеммы сопротивлений  $2r$  и  $4r$  - точки А и В на рисунке (в противном случае в левой или правой части схемы будет скапливаться электрический заряд). Поэтому левая и правая части цепи независимы, но потенциалы точек А и В, а также С и D одинаковы. Находя по закону Ома для замкнутой цепи токи в левой и правой частях цепи, по закону Ома для участка цепи разность потенциалов на участках  $2r$  и  $4r$  и приравнивая эти разности, получим

$$\frac{\varepsilon_1 2r}{(r+2r)} = \frac{\varepsilon_2 4r}{(3r+4r)}$$

Отсюда находим

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{6}{7}$$

4. По определению КПД цикла есть отношение работы, совершенной газом за цикл, к количеству теплоты, полученному от нагревателя. Работа газа численно равна площади цикла. Очевидно, эта площадь увеличилась в 6 раз – в 3 раза увеличились «горизонтальные» размеры цикла, в 2 раза «вертикальные». Для нахождения количества теплоты, полученного от нагревателя, мысленно разобьем весь процесс на сумму процессов бесконечно малого изменения объема (элементарные процессы), найдем количество теплоты, полученное газом на каждом, просуммируем полученные количества.

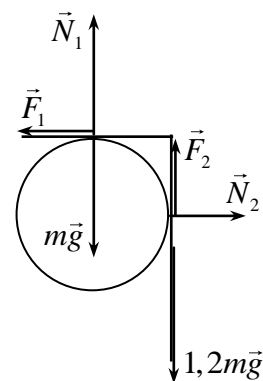
Поскольку «горизонтальные» размеры второго цикла в 3 раза больше «горизонтальных» размеров первого, второй процесс можно представить как совокупность процессов, в каждом из которых объем меняется на величину в три раза большую, чем в соответствующем процессе на первом цикле. Количество теплоты, полученное газом в каждом элементарном процессе  $\delta Q$ , можно найти, применяя к этому процессу первый закон термодинамики

$$\delta Q = \Delta U + \delta A$$

где  $\Delta U$  и  $\delta A$  - изменение энергии газа в этом процессе. Но изменение энергии связано с изменением температуры, которое определяется произведением давления на объем и которое, следовательно, в 6 раз больше в любом элементарном процессе во втором цикле, чем в соответствующем элементарном процессе в первом. Аналогично работа газа в каждом элементарном процессе во втором цикле в 6 раз больше работы в соответствующем элементарном процессе в первом ( $A = p\Delta V$ , в три раза возросло давление, в два раза изменение объема). Поэтому и количество теплоты, полученное газом от нагревателя в течение всего второго цикла в шесть раз больше аналогичной величины в первом.

Итак, и работа, совершенная газом за цикл, и количество теплоты, полученное от нагревателя в течение цикла, во втором случае в шесть раз больше, чем в первом. А это значит, что КПД второго процесса равен КПД первого.

5. Силы, действующие на пластинку, показаны на рисунке. Здесь  $\vec{N}$ ,  $\vec{N}_2$  - силы реакции,  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  - силы трения,  $m\vec{g} + 1,2m\vec{g} = 2,2m\vec{g}$  - сила тяжести ( $m$  - масса короткой части пластинки). При этом для удобства вычисления момента полная сила тяжести разделена на две части, которые действуют на короткую и длинную части пластинки и которые приложены к их центрам тяжести. Из условия сил и моментов (относительно вершины двухгранного угла) имеем



$$\begin{aligned} N_1 + F_2 &= 2,2mg \\ N_2 &= F_1 \\ N_2 + mg &= N_1 \end{aligned} \quad (*)$$

В момент начала скольжения для сил трения выполнено условие  $F_1 = \mu N_1$ ,  $F_2 = \mu N_2$ .

Поэтому исключая из системы (\*) силы реакции, получим

$$\begin{aligned} F_1 + F_2 &= 1,2mg \\ F_2 &= \mu F_1 \\ F_1 &= \frac{\mu mg}{1 - \mu} \end{aligned} \quad (**)$$

Из системы (\*\*) получаем квадратное уравнение относительно коэффициента трения

$$\mu^2 + 2,2\mu - 1,2 = 0$$

Решая это квадратное уравнение, получим

$$\mu = \sqrt{2,41} - 1,1$$