

**1**№ \_\_\_\_\_  
Регистрационный  
номерПлощадка (город)  
\_\_\_\_\_

Фамилия \_\_\_\_\_

Имя \_\_\_\_\_

Отчество \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ (не заполнять)

\_\_\_\_\_ (подпись)

«Утверждаю»  
Председатель оргкомитета олимпиадыНациональный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
Отборочный тур отраслевой физико-математической  
олимпиады школьников «Росатом»  
11 класс. Вариант № 1

1. Петя и Коля живут в городе А, а Максим – в городе В, отстоящем от А, на расстоянии 48 км по шоссе. Петя и Коля хотят перебраться в город В, а Максим – в город А, пройдя путь между городами пешком или используя единственный, имеющийся у компании велосипед. Скорость пешего хода у всех одинакова и равна 6 км/ч, скорость езды на велосипеде – 18 км/ч. Ехать на велосипеде можно только одному, оставлять велосипед на дороге без присмотра запрещается, велосипед изначально находился в А. Ребята начали операцию по переходу в другой город одновременно. Какое наименьшее в этих условиях время понадобится для окончания операции?

2. Длины сторон пятиугольника – простые числа, являющиеся последовательными членами возрастающей арифметической прогрессии. Длина наименьшей стороны больше 5. Доказать, что периметр пятиугольника больше 325.

3. На гиперболе с уравнением  $y = \frac{2x+c}{x}$ ,  $c > 0$  лежат точки А и В с абсциссами  $a$  и  $b$ ,  $0 < a < b$ , проектирующиеся на ось  $x$  в точки D и C соответственно. Площадь криволинейной трапеции ABCD равна 5. Два луча OA, OB и гипербола ограничивают на плоскости область – криволинейный треугольник OAB (O – начало координат). Найти его площадь, если длина отрезка CD равна 3.

4. При каких значениях  $a$  любое решение  $(x; y)$  системы  $\begin{cases} \operatorname{tg}x + \operatorname{tgy} = 1 \\ \operatorname{ctgx} + \operatorname{ctgy} = a \end{cases}$  удовлетворяет неравенству  $\sin 2(x+y) \leq 0,8$ ?

5. Коэффициент  $a$  квадратного уравнения  $ax^2 + 3x + 2 = 0$  является случайной величиной, функция плотности распределения которой имеет вид  $p(x) = \begin{cases} \frac{(2-|x|)}{4}, & |x| \leq 2 \\ 0, & |x| > 2 \end{cases}$ . Найти вероятность того, что уравнение имеет два отрицательных корня.

6. Основание ABC пирамиды ABCD лежит на плоскости S. Точка M находится на продолжении прямой AB за точку B так, что  $MB : AB = 2$ . Точка N – середина ребра DC. Кривая L, соединяющая точки M и N, лежит либо на плоскости S, либо на боковой поверхности пирамиды. Найти наименьшую возможную длину кривой L, если все ребра пирамиды, включая ребра основания, имеют длину  $\sqrt{31}$ .

Председатель методической комиссии, 2021-22 г.

2

№ \_\_\_\_\_  
Регистрационный  
номер \_\_\_\_\_  
Площадка (город) \_\_\_\_\_

Фамилия \_\_\_\_\_  
Имя \_\_\_\_\_  
Отчество \_\_\_\_\_

(не заполнять)

(подпись)

«Утверждаю»  
Председатель оргкомитета олимпиады



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
Отборочный тур отраслевой физико-математической  
олимпиады школьников «Росатом»  
11 класс. Вариант № 2



1. Петя и Коля живут в городе А, а Максим – в городе В, отстоящем от А, на расстоянии 30 км по шоссе. Петя и Коля хотят перебраться в город В, а Максим – в город А, пройдя путь между городами пешком или используя единственный, имеющийся у компании велосипед. Скорость пешего хода у всех одинакова и равна 5 км/ч, скорость езды на велосипеде – 10 км/ч. Ехать на велосипеде можно только одному, оставлять велосипед на дороге без присмотра запрещается, велосипед изначально находился в А. Ребята начали операцию по переходу в другой город одновременно. Какое наименьшее в этих условиях время понадобится для окончания операции?

2. Длины сторон семиугольника – простые числа, являющиеся последовательными членами возрастающей арифметической прогрессии. Длина наименьшей стороны больше 7. Доказать, что периметр семиугольника больше 4459.

3. На гиперболе с уравнением  $y = \frac{4x+c}{x}$ ,  $c > 0$  лежат точки А и В с абсциссами  $a$  и  $b$ ,  $0 < a < b$ , проектирующиеся на ось  $x$  в точки D и C соответственно. Площадь криволинейной трапеции ABCD равна 7. Два луча OA, OB и гипербола ограничивают на плоскости область – криволинейный треугольник OAB (O – начало координат). Найти его площадь, если длина отрезка CD равна 2.

4. При каких значениях  $a$  любое решение  $(x; y)$  системы  $\begin{cases} tgx + tgy = a - 1 \\ ctgx + ctgy = a + 1 \end{cases}$  удовлетворяет неравенству

$$\cos 2(x + y) \geq -\frac{5}{13} ?$$

5. Величина  $a$ , входящая в коэффициенты квадратного уравнения  $x^2 - ax + 4a = 0$  случайная, плотность распределения которой имеет вид  $p(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$ . Найти вероятность того, что уравнение имеет корни и они меньше 1.

6. Основание ABC пирамиды ABCD лежит на плоскости S. Точка M находится на продолжении прямой AB за точку B так, что  $MB : AB = 1 : 2$ . Точка N – середина ребра DC. Кривая L, соединяющая точки M и N, лежит либо на плоскости S, либо на боковой поверхности пирамиды. Найти наименьшую возможную длину кривой L, если все ребра пирамиды, включая ребра основания, имеют длину  $2\sqrt{7}$ .

Председатель методической комиссии, 2021-22 г.

3

№ \_\_\_\_\_  
 Регистрационный  
 номер \_\_\_\_\_  
 Площадка (город) \_\_\_\_\_

Фамилия \_\_\_\_\_

Имя \_\_\_\_\_

Отчество \_\_\_\_\_

(не заполнять)

(подпись)

«Утверждаю»  
 Председатель оргкомитета олимпиады



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
 Отборочный тур отраслевой физико-математической  
 олимпиады школьников «Росатом»  
 11 класс. Вариант № 3



1. Петя и Коля живут в городе А, а Максим – в городе В, отстоящем от А, на расстоянии 32 км по шоссе. Петя и Коля хотят перебраться в город В, а Максим – в город А, пройдя путь между городами пешком или используя единственный, имеющийся у компании велосипед. Скорость пешего хода у всех одинакова и равна 4 км/ч, скорость езды на велосипеде – 12 км/ч. Ехать на велосипеде можно только одному, оставлять велосипед на дороге без присмотра запрещается, велосипед изначально находился в А. Ребята начали операцию по переходу в другой город одновременно. Какое наименьшее в этих условиях время понадобится для окончания операции?

2. Длины сторон шестиугольника – простые числа, являющиеся последовательными членами возрастающей арифметической прогрессии. Длина наименьшей стороны больше 11. Доказать, что периметр шестиугольника больше 516.

3. На гиперболе с уравнением  $y = \frac{6x+c}{x}$ ,  $c > 0$  лежат точки А и В с абсциссами  $a$  и  $b$ ,  $0 < a < b$ , проектирующиеся на ось  $x$  в точки D и C соответственно. Площадь криволинейной трапеции ABCD равна 8. Два луча OA, OB и гипербола ограничивают на плоскости область – криволинейный треугольник OAB (O – начало координат). Найти его площадь, если длина отрезка CD равна 1.

4. При каких значениях  $a$  любое решение  $(x; y)$  системы  $\begin{cases} tgx + tgy = a \\ ctgx + ctgy = 2 \end{cases}$  удовлетворяет неравенству

$$tg2(x+y) < \frac{12}{35}?$$

5. Коэффициент  $a$  квадратного уравнения  $x^2 + 3x + a = 0$  является случайной величиной, функция плотности распределения которой имеет вид  $p(x) = \begin{cases} (5-|x|)/25, |x| \leq 5 \\ 0, |x| > 5 \end{cases}$ . Найти вероятность того, что уравнение имеет корень на отрезке  $[1; 2]$ .

6. Основание ABC пирамиды ABCD лежит на плоскости S. Точка M находится на продолжении прямой AB за точку B так, что  $MB : AB = 5 : 2$ . Точка N – середина ребра DC. Кривая L, соединяющая точки M и N, лежит либо на плоскости S, либо на боковой поверхности пирамиды. Найти наименьшую возможную длину кривой L, если все ребра пирамиды, включая ребра основания, имеют длину  $\sqrt{43}$ .

Председатель методической комиссии, 2021-22 г.

4

№ \_\_\_\_\_  
 Регистрационный  
 номер \_\_\_\_\_  
 Площадка (город) \_\_\_\_\_

Фамилия \_\_\_\_\_  
 Имя \_\_\_\_\_  
 Отчество \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
 (не заполнять)  
 \_\_\_\_\_  
 (подпись)

«Утверждаю»  
 Председатель оргкомитета олимпиады



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
 Отборочный тур отраслевой физико-математической  
 олимпиады школьников «Росатом»  
 11 класс. Вариант № 4



1. Петя и Коля живут в городе А, а Максим – в городе В, отстоящем от А, на расстоянии 54 км по шоссе. Петя и Коля хотят перебраться в город В, а Максим – в город А, пройдя путь между городами пешком или используя единственный, имеющийся у компании велосипед. Скорость пешего хода у всех одинакова и равна  $b$  км/ч, скорость езды на велосипеде – 12 км/ч. Ехать на велосипеде можно только одному, оставлять велосипед на дороге без присмотра запрещается, велосипед изначально находился в А. Ребята начали операцию по переходу в другой город одновременно. Какое наименьшее в этих условиях время понадобится для окончания операции?

2. Длины сторон семиугольника – простые числа, являющиеся последовательными членами возрастающей арифметической прогрессии. Длина наименьшей стороны больше 13. Доказать, что периметр семиугольника больше 7877.

3. На гиперболе с уравнением  $y = \frac{8x+c}{x}$ ,  $c > 0$  лежат точки  $A$  и  $B$  с абсциссами  $a$  и  $b$ ,  $0 < a < b$ , проектирующиеся на ось  $x$  в точки  $D$  и  $C$  соответственно. Площадь криволинейной трапеции  $ABCD$  равна 16. Два луча  $OA$ ,  $OB$  и гипербола ограничивают на плоскости область – криволинейный треугольник  $OAB$  ( $O$  – начало координат). Найти его площадь, если длина отрезка  $CD$  равна 3.

4. При каких значениях  $a$  любое решение  $(x; y)$  системы  $\begin{cases} tgx + tgy = 2a \\ ctgx + ctgy = a \end{cases}$  удовлетворяет неравенству

$$ctg 2(x+y) < \frac{15}{8} ?$$

5. Величина  $a$ , входящая в коэффициенты квадратного уравнения  $ax^2 + 2x + a = 0$  случайная, плотность распределения которой имеет вид  $p(x) = \begin{cases} (3-|x|)/9, & |x| \leq 3 \\ 0, & |x| > 3 \end{cases}$ . Найти вероятность того, что уравнение имеет хотя бы один корень больший 1.

6. Основание  $ABC$  пирамиды  $ABCD$  лежит на плоскости  $S$ . Точка  $M$  находится на продолжении прямой  $AB$  за точку  $B$  так, что  $MB : AB = 3 : 2$ . Точка  $N$  – середина ребра  $DC$ . Кривая  $L$ , соединяющая точки  $M$  и  $N$ , лежит либо на плоскости  $S$ , либо на боковой поверхности пирамиды. Найти наименьшую возможную длину кривой  $L$ , если все ребра пирамиды, включая ребра основания, имеют длину  $\sqrt{21}$ .

Председатель методической комиссии, 2021-22 г.