1

№______________
Регистрационный номер

Фамилия ______________

Имя ________________

Отчество ______________

Площадка (город)
____

____
(не заполнять)

____
(подпись)

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

____

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур отраслевой физико-математической олимпиады
школьников «Росатом», математика,
11 класс. Вариант № 1

1. Петя пришел на остановку автобуса, едущего до школы с остановками равноотстоящими друг от друга, и, не увидев автобуса на дороге, решил пробежаться и сесть в автобус на следующих остановках по пути в школу. Бежал Петя так, что в любой момент времени мог заметить появление автобуса на дороге за своей спиной. Увидев автобус, Петя может повернуть назад или сохранить направление движения. Известно, что скорость движения автобуса в 4 раза превосходит скорость бега Пети, а увидеть автобус он может на расстоянии не более 1 км. Найти наибольшее значение расстояния между остановками, при котором независимо от того повернет Петя назад при обнаружении автобуса или нет, он сможет сесть в автобус на остановке. (время нахождения автобуса на остановке не учитывать)

2. Координаты $(x;y)$ точек в квадрате $\{(x;y):0\le x\le 2\pi, 0\le y\le 2\pi\}$ удовлетворяют системе уравнений $\begin{cases}\sin x+\sin y=\sin 1\\ \cos x+\cos y=\cos 1\end{cases}$. Сколько таких точек находится в квадрате? Найти координаты $(x;y)$ наиболее удаленной точки от центра квадрата.

3. Блоха Кузя может совершать прыжки по прямой L. Старт для прыжков находится в точке A прямой L, длина одного прыжка h, направление каждого прыжка выбирается случайным и равновозможным. Найти вероятность того, что, сделав от четырех до восьми случайных прыжков, Кузя хотя бы один раз будет находиться на расстоянии $3h$ от A.

4. Длины ребер a_1,a_2,a_3 и b_1,b_2,b_3 прямоугольных параллелепипедов P_A и P_B – целые числа. Если в параллелепипеде P_A увеличить на 1 длину одного из ребер a_1, a_2 или a_3, то отношение объемов $V_A:V_B$ изменится на 3, 5 или на 7 единиц соответственно. Найти наименьшее возможное при этих условиях значение отношение объемов $V_A:V_B$.

5. Можно ли множество из 2017 чисел $\{\log_2 5, \log_2 6, \log_2 7, ..., \log_2 2021\}$ разбить на две части так, чтобы сумма чисел, попавших в одну из этих частей, отличалась от суммы чисел в другой не более, чем на 1 (по абсолютному значению)?

6. По диагоналям оснований AC и B_1D_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром a ползут два муравья Гоша и Леша. Движение они начали одновременно из точек A и B_1 соответственно с постоянной скоростью, причем скорость Леши была в два раза больше скорости передвижения Гоши и закончили, когда Леша оказался в точке D_1. Какое наименьшее расстояние разделяло Гошу и Лешу во время движения?

Председатель методической комиссии, 2021-22 г.

2

№______________
Регистрационный
номер

Площадка (город)
____

Фамилия ______________

Имя _________________

Отчество ______________

____
(не заполнять)

____
(подпись)

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

____

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур отраслевой физико-математической олимпиады
школьников «Росатом», математика,
11 класс. Вариант № 2

1. Петя пришел на остановку автобуса, едущего до школы с остановками равноотстоящими друг от друга, и, не увидев автобуса на дороге, решил пробежаться и сесть в автобус на следующих остановках по пути в школу. Бежал Петя так, что в любой момент времени мог заметить появление автобуса на дороге за своей спиной. Увидев автобус, Петя может повернуть назад или сохранить направление движения. Известно, что скорость движения автобуса в 3 раза превосходит скорость бега Пети, а увидеть автобус он может на расстоянии не более $0,8$ км. Найти наибольшее значение расстояния между остановками, при котором независимо от того повернет Петя назад при обнаружении автобуса или нет, он сможет сесть в автобус на остановке. (время нахождения автобуса на остановке не учитывать)

2. Координаты $(x;y)$ точек в квадрате $\{(x;y): -\pi \le x \le \pi, 0 \le y \le 2\pi\}$ удовлетворяют системе уравнений $\begin{cases} \sin x + \sin y = \sin 2 \\ \cos x + \cos y = \cos 2 \end{cases}$. Сколько таких точек находится в квадрате? Найти координаты $(x;y)$ точки с наименьшей ординатой.

3. Блоха Кузя может совершать прыжки по прямой L. Старт для прыжков находится в точке A прямой L, длина одного прыжка h, направление каждого прыжка выбирается случайным и равновозможным. Найти вероятность того, что, сделав от трех до девяти случайных прыжков, Кузя хотя бы один раз будет находиться на расстоянии $4h$ от A.

4. Длины ребер a_1, a_2, a_3 и b_1, b_2, b_3 прямоугольных параллелепипедов P_A и P_B – целые числа. Если в параллелепипеде P_A увеличить на 1 длину одного из ребер a_1, a_2 или a_3, то отношение объемов $V_A : V_B$ изменится на 5, 7 или на 11 единиц соответственно. Найти наименьшее возможное при этих условиях значение отношение объемов $V_A : V_B$.

5. Можно ли множество из 2019 чисел $\{\log_4 5, \log_4 6, \log_4 7, ..., \log_4 2023\}$ разбить на две части так, чтобы сумма чисел, попавших в одну из этих частей, отличалась от суммы чисел в другой не более, чем на 1 (по абсолютному значению)?

6. По диагоналям оснований AC и B_1D_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром a ползут два муравья Гоша и Леша. Движение они начали одновременно из точек A и B_1 соответственно с постоянной скоростью, причем скорость Леши была в три раза больше скорости передвижения Гоши и закончили, когда Леша оказался в точке D_1. Какое наименьшее расстояние разделяло Гошу и Лешу во время движения?

Председатель методической комиссии, 2021-22 г.

3

№______________
Регистрационный номер

Площадка (город)

Фамилия ______________

Имя __________________

Отчество ______________

____
(не заполнять)

____
(подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

____

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом», математика,
11 класс. Вариант № 3

1. Петя пришел на остановку автобуса, едущего до школы с остановками равноотстоящими друг от друга, и, не увидев автобуса на дороге, решил пробежаться и сесть в автобус на следующих остановках по пути в школу. Бежал Петя так, что в любой момент времени мог заметить появление автобуса на дороге за своей спиной. Увидев автобус, Петя может повернуть назад или сохранить направление движения. Известно, что скорость движения автобуса в 5 раз превосходит скорость бега Пети, а увидеть автобус он может на расстоянии не более $0,6$ км. Найти наибольшее значение расстояния между остановками, при котором независимо от того повернет Петя назад при обнаружении автобуса или нет, он сможет сесть в автобус на остановке. (время нахождения автобуса на остановке не учитывать)

2. Координаты $(x;y)$ точек в квадрате $\{(x;y):-\pi\le x\le 2\pi, 0\le y\le 3\pi\}$ удовлетворяют системе уравнений $\begin{cases}\sin x+\sin y=\sin 3\\ \cos x+\cos y=\cos 3\end{cases}$. Найти координаты $(x;y)$ всех таких точек.

3. Блоха Кузя может совершать прыжки по прямой L. Старт для прыжков находится в точке A прямой L, длина одного прыжка h, направление каждого прыжка выбирается случайным и равновозможным. Найти вероятность того, что, сделав от двух до пяти случайных прыжков, Кузя хотя бы один раз будет находиться на расстоянии $2h$ от A.

4. Длины ребер a_1,a_2,a_3 и b_1,b_2,b_3 прямоугольных параллелепипедов P_A и P_B – целые числа. Если в параллелепипеде P_A увеличить на 1 длину одного из ребер a_1, a_2 или a_3, то отношение объемов $V_A:V_B$ изменится на 3, 7 или на 11 единиц соответственно. Найти наименьшее возможное при этих условиях значение отношение объемов $V_A:V_B$.

5. Можно ли множество из 2021 чисел $\{\log_3 5,\log_3 6,...,\log_3 2025\}$ разбить на две части так, чтобы сумма чисел, попавших в одну из этих частей, отличалась от суммы чисел в другой не более, чем на 1 (по абсолютному значению)?

6. По диагоналям оснований AC и B_1D_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром a ползут два муравья Гоша и Леша. Движение они начали одновременно из точек A и B_1 соответственно с постоянной скоростью, причем скорость Леши была в четыре раза больше скорости передвижения Гоши и закончили, когда Леша оказался в точке D_1. Какое наименьшее расстояние разделяло Гошу и Лешу во время движения?

Председатель методической комиссии, 2021-22 г.

4

№_____________
Регистрационный номер

Площадка (город)
____

Фамилия _____________

Имя _________________

Отчество ______________

____
(не заполнять)

____
(подпись)

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

____

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур отраслевой физико-математической олимпиады
школьников «Росатом», математика,
11 класс. Вариант № 4

1. Петя пришел на остановку автобуса, едущего до школы с остановками равноотстоящими друг от друга, и, не увидев автобуса на дороге, решил пробежаться и сесть в автобус на следующих остановках по пути в школу. Бежал Петя так, что в любой момент времени мог заметить появление автобуса на дороге за своей спиной. Увидев автобус, Петя может повернуть назад или сохранить направление движения. Известно, что скорость движения автобуса в 4 раза превосходит скорость бега Пети, а увидеть автобус он может на расстоянии не более $1,5$ км. Найти наибольшее значение расстояния между остановками, при котором независимо от того повернет Петя назад при обнаружении автобуса или нет, он сможет сесть в автобус на остановке.

2. Координаты $(x;y)$ точек в квадрате $\{(x;y): -2\pi \le x \le 3\pi, -\pi \le y \le 4\pi\}$ удовлетворяют системе уравнений $\begin{cases} \sin x + \sin y = \sin 4 \\ \cos x + \cos y = \cos 4 \end{cases}$. Сколько таких точек? Найти координаты $(x;y)$ точек с наибольшей абсциссой.

3. Блоха Кузя может совершать прыжки по прямой L. Старт для прыжков находится в точке A прямой L, длина одного прыжка h, направление каждого прыжка выбирается случайным и равновозможным. Найти вероятность того, что, сделав от пяти до десяти случайных прыжков, Кузя хотя бы один раз будет находиться на расстоянии $5h$ от A.

4. Длины ребер a_1, a_2, a_3 и b_1, b_2, b_3 прямоугольных параллелепипедов P_A и P_B – целые числа. Если в параллелепипеде P_A увеличить на 1 длину одного из ребер a_1, a_2 или a_3, то отношение объемов $V_A : V_B$ изменится на 3, 11 или на 13 единиц соответственно. Найти наименьшее возможное при этих условиях значение отношение объемов $V_A : V_B$.

5. Можно ли множество из 2015 чисел $\{\log_5 6, \log_5 7, \log_5 8, ..., \log_5 2020\}$ разбить на две части так, чтобы сумма чисел, попавших в одну из этих частей, отличалась от суммы чисел в другой не более, чем на 1 (по абсолютному значению)?

6. По диагоналям оснований AC и B_1D_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром a ползут два муравья Гоша и Леша. Движение они начали одновременно из точек A и B_1 соответственно с постоянной скоростью, причем скорость Леши была в пять раз больше скорости передвижения Гоши и закончили, когда Леша оказался в точке D_1. Какое наименьшее расстояние разделяло Гошу и Лешу во время движения?

Председатель методической комиссии, 2021-22 г.

1

№______________
Регистрационный номер

Площадка (город)
____

Фамилия ______________

Имя __________________

Отчество ______________

____
(не заполнять)

____
(подпись)

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

____

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом», математика,
11 класс. Вариант № 1

1. Клиенты интернет магазина «Али-экспресс» проживают в семи домах, расположенных в вершинах выпуклого семиугольника. От жителей первого дома поступил один заказ, от второго дома – два заказа, и т.д. от жителей шестого – шесть заказов. А вот жители последнего седьмого дома сделали 21 заказ. Менеджер магазина задумался о том в какое место следует доставить все заказы, чтобы суммарное расстояние, преодолеваемое всеми клиентами для получения товара, было минимально возможным. Помогите ему в решении этой задачи и обоснуйте результат.

2. Найти все числа C, для которых неравенство $|\alpha \sin x+\beta \cos 2x|\le C$ выполняется при всех x и любых $(\alpha;\beta)$ таких, что $\alpha^2+\beta^2\le 4$.

3. Члены последовательности a_n удовлетворяют соотношению: $a_{n+2}=a_n-\dfrac{2}{a_{n+1}}$, $a_1=8$, $a_2=19$. Найти n, для которого $a_n=0$

4. Петя бросает несколько раз на стол игральный кубик и считает сумму очков, выпавших на его верхней грани. Для любого натурального числа n событие A_n наступает, если эта сумма равна n. Найти вероятность события A_{11}.

5. На плоскости отмечено множество точек M, координаты x и y которых связаны соотношением

$$\sin(2x+3y)=\sin 2x+\sin 3y.$$

Круг радиуса R, расположенный на той же плоскости, не пересекается с множеством M.
Какие значения может принимать радиус такого круга?

6. Точка M лежит на ребре AB куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$. В квадрат $ABCD$ вписан прямоугольник $MNLK$ так, что одной из его вершин является точка M, а три другие расположены на различных сторонах квадрата основания. Прямоугольник $M_1N_1L_1K_1$ является ортогональной проекцией прямоугольника $MNLK$ на плоскость верхнего основания $A_1B_1C_1D_1$. Диагонали четырехугольника MK_1L_1N перпендикулярны. Найти отношение $AM:MB$.

Председатель методической комиссии, 2021-22 г.

2

№_____________ Регистрационный номер

Площадка (город) ________________

Фамилия _____________

Имя _________________

Отчество _____________

___________ (не заполнять)

___________ (подпись)

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

____

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом», математика,
11 класс. Вариант № 2

1. Клиенты интернет магазина «Али-экспресс» проживают в шести домах, расположенных в вершинах выпуклого шестиугольника. От жителей первого дома поступил один заказ, от второго дома – два заказа, и т.д. от жителей пятого – пять заказов. А вот жители последнего шестого дома сделали 15 заказов. Менеджер магазина задумался о том в какое место следует доставить все заказы, чтобы суммарное расстояние, преодолеваемое всеми клиентами для получения товара, было минимально возможным. Помогите ему в решении этой задачи и обоснуйте результат.

2. Найти все числа C, для которых неравенство $|\alpha\sin x+\beta\cos 4x|\le C$ выполняется при всех x и любых $(\alpha;\beta)$ таких, что $|\alpha|\le 1, |\beta|\le 1$.

3. Члены последовательности a_n удовлетворяют соотношению: $a_{n+2}=a_n-\dfrac{3}{a_{n+1}}$, $a_1=9$, $a_2=17$

Найти n, для которого $a_n=0$

4. Петя бросает несколько раз на стол игральный кубик и считает сумму выпавших на нем очков. Для любого натурального числа n событие A_n наступает, если эта сумма равна n. Найти вероятность события A_{10}.

5. На плоскости отмечено множество точек M, координаты x и y которых связаны соотношением

$$\sin(x+2y)=\sin x+\sin 2y.$$

Круг радиуса R, расположенный на той же плоскости, не пересекается с множеством M.
Какие значения может принимать радиус такого круга?

6. Точка M лежит на ребре AB куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$. В квадрат $ABCD$ вписан прямоугольник $MNLK$ так, что одной из его вершин является точка M, а три другие расположены на различных сторонах квадрата основания. Прямоугольник $M_1N_1L_1K_1$ является ортогональной проекцией прямоугольника $MNLK$ на плоскость верхнего основания $A_1B_1C_1D_1$. Диагонали четырехугольника MK_1L_1N образуют с прямой MN угол 60^0. Найти отношение $AM:MB$.

Председатель методической комиссии, 2021-22 г.

3

№______________ Регистрационный номер

Площадка (город)

Фамилия ______________

Имя __________________

Отчество ______________

____________ (не заполнять)

____________________________ (подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

____

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом», математика,
11 класс. Вариант № 3

1. Клиенты интернет магазина «Али-экспресс» проживают в пяти домах, расположенных в вершинах выпуклого пятиугольника. От жителей первого дома поступил один заказ, от второго дома – два заказа, и т.д. от жителей четвертого – четыре заказа. А вот жители последнего пятого дома сделали 10 заказов. Менеджер магазина задумался о том в какое место следует доставить все заказы, чтобы суммарное расстояние, преодолеваемое всеми клиентами для получения товара, было минимально возможным. Помогите ему в решении этой задачи и обоснуйте результат.

2. Найти все числа C, для которых неравенство $|\alpha \sin x + \beta \cos 6x| \leq C$ выполняется при всех x и любых $(\alpha;\beta)$ таких, что $|\alpha| \leq 2, |\beta| \leq 1$.

3. Члены последовательности a_n удовлетворяют соотношению: $a_{n+2} = a_n - \dfrac{4}{a_{n+1}}$, $a_1 = 8$, $a_2 = 31$.

Найти n, для которого $a_n = 0$

4. Петя бросает несколько раз на стол игральный кубик и считает сумму выпавших на нем очков. Для любого натурального числа n событие A_n наступает, если эта сумма равна n. Найти вероятность события A_9.

5. На плоскости отмечено множество точек M, координаты x и y которых связаны соотношением

$$\sin(3x+4y) = \sin 3x + \sin 4y.$$

Круг радиуса R, расположенный на той же плоскости, не пересекается с множеством M. Какие значения может принимать радиус такого круга?

6. Точка M лежит на ребре AB куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$. В квадрат $ABCD$ вписан прямоугольник $MNLK$ так, что одной из его вершин является точка M, а три другие расположены на различных сторонах квадрата основания. Прямоугольник $M_1N_1L_1K_1$ является ортогональной проекцией прямоугольника $MNLK$ на плоскость верхнего основания $A_1B_1C_1D_1$. Отношение длин сторон MK_1 и MN четырехугольника MK_1L_1N равно $\sqrt{54}:8$. Найти отношение $AM:MB$.

Председатель методической комиссии, 2021-22 г.

4

№______________ Регистрационный номер

Площадка (город) ________________

Фамилия ______________

Имя __________________

Отчество ______________

____________ (не заполнять)

____________ (подпись)

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

____

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом», математика,
11 класс. Вариант № 4

1. Клиенты интернет магазина «Али-экспресс» проживают в четырех домах, расположенных в вершинах выпуклого четырехугольника. От жителей первого дома поступил один заказ, от второго дома – два заказа, от жителей третьего – три заказа. А вот жители последнего четвертого дома сделали 6 заказов. Менеджер магазина задумался о том в какое место следует доставить все заказы, чтобы суммарное расстояние, преодолеваемое всеми клиентами для получения товара, было минимально возможным. Помогите ему в решении этой задачи и обоснуйте результат.

2. Найти все числа C, для которых неравенство $|\alpha\sin 2x+\beta\cos 8x|\le C$ выполняется при всех x и любых $(\alpha;\beta)$ таких, что $\alpha^2+\beta^2\le 16$.

3. Члены последовательности a_n удовлетворяют соотношению: $a_{n+2}=a_n-\dfrac{5}{a_{n+1}}$, $a_1=10$, $a_2=23$.

Найти n, для которого $a_n=0$

4. Петя бросает несколько раз на стол игральный кубик и считает сумму выпавших на нем очков. Для любого натурального числа n событие A_n наступает, если эта сумма равна n. Найти вероятность события A_8.

5. На плоскости отмечено множество точек M, координаты x и y которых связаны соотношением

$$\sin(12x+5y)=\sin 12x+\sin 5y.$$

Круг радиуса R, расположенный на той же плоскости, не пересекается с множеством M.
Какие значения может принимать радиус такого круга?

6. Точка M лежит на ребре AB куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$. В квадрат $ABCD$ вписан прямоугольник $MNLK$ так, что одной из его вершин является точка M, а три другие расположены на различных сторонах квадрата основания. Прямоугольник $M_1N_1L_1K_1$ является ортогональной проекцией прямоугольника $MNLK$ на плоскость верхнего основания $A_1B_1C_1D_1$. Плоскость четырехугольника MK_1L_1N образует с плоскостью основания куба угол α: $\cos\alpha=\sqrt{\dfrac{2}{11}}$. Найти отношение $AM:MB$

Председатель методической комиссии, 2021-22 г.