

Заключительный тур финал, март 2022, 8 класс

Вариант 1

Задача 1 Ответ: 12 раз

Решение. Перевод единиц: $7,2 \text{ км/ч} = 2 \text{ м/сек}$, $10,8 \text{ км/ч} = 3 \text{ м/сек}$

Вова встречается с Петей на трассе в моменты времени $t_m = \frac{300}{2}m = 150m$, $m = 1, 2, \dots$

(в секундах), а Слава с Петей – в моменты времени $\tau_n = \frac{300}{3} \cdot n = 100n$, $n = 1, 2, \dots$ Все трое

встречаются в моменты времени $T_k = 300 \cdot k \rightarrow 0 < T_k \leq 3600 \rightarrow k = 1, 2, \dots, 12$.

Задача 2 Ответ: $x = \frac{1}{6}$, $y = \frac{1}{2}$

Решение. Раскрываем скобки и перегруппируем слагаемые:

$$(4y - 3x)^2 + 27x^2 + 4(y - 2)^2 - 12 = 0 \rightarrow$$

$$16y^2 - 24xy + 9x^2 + 27x^2 + 4y^2 - 16y + 16 - 12 = 0 \rightarrow$$

$$36x^2 - 24xy + 20y^2 - 16y + 4 = 0 \rightarrow 9x^2 - 6xy + 5y^2 - 4y + 1 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow (3x - y)^2 + (2y - 1)^2 = 0$$

Последнее возможно только при $\begin{cases} y = 3x \\ 2y - 1 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{6} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$

Задача 3 Ответ: 3

Решение. Пусть x_1, x_2, \dots, x_{n-1} – возраста рабочих в бригаде, состоящей из n человек, y – возраст бригадира.

Условия задачи:

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1}}{n-1} = y - 16$$

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} + y}{n} = y - 12$$

Следствия из условий

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} = (n-1)(y-16)$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} = n(y-12) - y$$

$$(n-1)(y-16) = n(y-12) - y \rightarrow (n-1)y - 16(n-1) = (n-1)y - 12n$$

$$\text{После сокращения, получим } 16(n-1) = 12n \rightarrow 4n = 16 \rightarrow n = 4$$

Число рабочих в бригаде равно $n-1 = 3$.

Задача 4 Ответ: $n = 3$

Решение. Заметим, что для любого многочлена $P(x)$ с целыми коэффициентами и любых целых a и b разность $P(b) - P(a)$ делится на $(b-a)$ нацело. Это следует из того, что $b^k - a^k$ делится на $(b-a)$ для любых натуральных k . Тогда $P(n) - P(1) = 1 - 3 = -2$ делится на $n-1$:

$$n-1 = 1 \rightarrow n = 2$$

$$n-1 = -1 \rightarrow n = 0$$

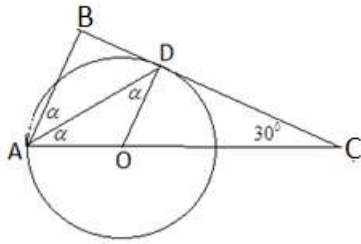
$$n-1 = -2 \rightarrow n = -1$$

$$n-1 = 2 \rightarrow n = 3$$

Условию задачи удовлетворяет только $n = 3$

Задача 5 Ответ: 2 : 1

Решение



Обозначения:

O – центр окружности, D – точка касания

1. OD перпендикулярен к CB параллелен катету AC ;
2. треугольник AOD равнобедренный;
3. угол CAD равен углу ODA как накрест лежащие при параллельных прямых;
4. AD – биссектриса угла при вершине A ;
5. Отношение $CD : DB = AC : AB = 2 : 1$

Вариант 2

Задача 1 Ответ: 30 раз

Задача 2 Ответ: $x = \frac{3}{2}, y = 1$

Решение.

$$3(y - 2x)^2 + 2(y - 2)^2 + 8(y - x)(y + x) - 4 = (2x - 3y)^2 + 4(y - 1)^2 = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 1 \end{cases}$$

Задача 3 Ответ: 3

Задача 4 Ответ: $n = 5$

Задача 5 Ответ: 3 : 1

Вариант 3

Задача 1 Ответ: 27 раз

Задача 2 Ответ: $x = -1, y = -\frac{1}{2}$

Решение.

$$2(2x - y)^2 - (x + 4y)^2 + 30y^2 + 6x + 3 = 4(x - 2y)^2 + 3(x + 1)^2 = 0$$

Задача 3 Ответ: 11

Задача 4 Ответ: $n = 8$

Задача 5 Ответ: 5 : 2

Вариант 4

Задача 1 Ответ: 18 раз

Задача 2 Ответ: $x = 2, y = -2$

Решение

$$(2y - x)^2 + 3(x + y)^2 - 6y^2 - 12(x - 1) = (x + y)^2 + 3(x - 2)^2 = 0$$

Задача 3 Ответ: 7

Задача 4 Ответ: $n = 9$

Задача 5 Ответ: 4 : 1

Критерии проверки финал Росатом 8 класс

1 задача

Посчитано попарное количество встреч	0.5-1 баллов
Арифметическая ошибка или недостаточное обоснование	1.5 балла
Решил верно	2.0 балла

2 задача

Верно раскрыл скобки и привел подобные	0.5 баллов
Выделил сумму квадратов	1 балл
Неверный ответ из за арифметических ошибок	1.5 балла
Решил верно	2.0 балла

3 задача

Верно составлено одно из уравнений системы	0.5 баллов
Верно составлена система уравнений	1 балл
Неверный ответ из-за арифметических ошибок	1.5 балла
Решил верно	2.0 балла

4 задача

Записан общий вид многочлена, составлена система, есть какие-то верные рассуждения	0.5-1 баллов
Правильный ответ с недостаточным обоснованием	1.5 балла
Решил верно	2.0 балла

5 задача

Правильный чертеж	0.5 баллов
Правильный чертеж, есть верные рассуждения	1 балл
Недостаточное обоснование	1.5 балла
Решил верно	2.0 балла