

**Заключительный тур олимпиады «Росатом»,  
7 класс, март 2021**

**Вариант № 1**

**1.** Петя совершил прогулку по маршруту: от дома по горизонтальной тропинке до подъема на гору, подъем на вершину горы и спуск с нее по тому же склону, возвращение по тропинке домой. Путь от дома до подъема на гору не менее, чем в два раза превышает путь по склону горы. По горизонтальной тропе Петя шел со скоростью 4 км/час, на подъеме – 2 км/час, на спуске – 6 км/час. Какой наименьший при этих условиях путь мог пройти Петя, если спустя 5 часов он вернулся домой?

**2.** Решить уравнение  $1 + 1 : (1 + 1 : (1 + 1 : (1 + 1 : (2x - 3)))) = x$ .

**3.** Про два двузначных, целых, положительных числа  $a$  и  $b$  известно, что 1) одно из них в три раза больше другого; 2) в их десятичной записи одна одинаковая цифра; 3) сумма цифр одного числа на 3 больше суммы цифр другого. Найти эти числа.

**4.** Обозначим через  $s(a)$  сумму цифр в десятичной записи натурального числа  $a$ . Найти все такие числа  $a$ , для которых  $a^2 + s(a) = 1533$ .

**5.** Точка  $P$  расположена на стороне  $AB$  квадрата  $ABCD$  так, что  $AP : PB = 1 : 3$ . Точка  $Q$  лежит на стороне  $BC$  квадрата и делит ее в отношении  $BQ : QC = 3 : 2$ . Прямые  $DP$  и  $AQ$  пересекаются в точке  $E$ . Найти отношение длин  $PE : ED$ .

## Вариант № 2

1. Петя совершил прогулку по маршруту: от дома по горизонтальной тропинке до подъема на гору, подъем на вершину горы и спуск с нее по тому же склону, возвращение по тропинке домой. Путь от дома до подъема на гору не менее, чем в три раза превышает путь по склону горы. По горизонтальной тропе Петя шел со скоростью 4 км/час, на подъеме – 1 км/час, на спуске – 6 км/час. Какой наименьший при этих условиях путь мог пройти Петя, если спустя 8 часов он вернулся домой?

2. Решить уравнение  $2 + 2 : (1 + 2 : (1 + 2 : (1 + 2 : (3x - 8)))) = x$ .

3. Про два двузначных, целых, положительных числа  $a$  и  $b$  известно, что 1) одно из них в два раза больше другого; 2) в их десятичной записи одна одинаковая цифра; 3) сумма цифр одного числа в два раза больше суммы цифр другого. Найти эти числа.

4. Обозначим через  $s(a)$  сумму цифр в десятичной записи натурального числа  $a$ . Найти все числа  $a$ , для которых  $a^2 + s(a) = 2414$ .

5. Точка  $P$  расположена на стороне  $AB$  квадрата  $ABCD$  так, что  $AP : PB = 2 : 3$ . Точка  $Q$  лежит на стороне  $BC$  квадрата и делит ее в отношении  $BQ : QC = 3$ . Прямые  $DP$  и  $AQ$  пересекаются в точке  $E$ . Найти отношение длин  $AE : EQ$ .

### Вариант № 3

1. Петя совершил прогулку по маршруту: от дома по горизонтальной тропинке до подъема на гору, подъем на вершину горы и спуск с нее по тому же склону, возвращение по тропинке домой. Путь от дома до подъема на гору не менее, чем в четыре раза превышает путь по склону горы. По горизонтальной тропе Петя шел со скоростью 4 км/час, на подъеме – 1 км/час, на спуске – 5 км/час. Какой наименьший при этих условиях путь мог пройти Петя, если спустя 16 часов он вернулся домой?

2. Решить уравнение  $3 + 3 : (1 + 3 : (1 + 3 : (1 + 3 : (4x - 15)))) = x$ .

3. Про два двузначных, целых, положительных числа  $a$  и  $b$  известно, что 1) одно из них больше другого на 14; 2) в их десятичной записи одна одинаковая цифра; 3) сумма цифр одного числа в два раза больше суммы цифр другого. Найти эти числа.

4. Обозначим через  $s(a)$  сумму цифр в десятичной записи натурального числа  $a$ . Найти все такие числа  $a$ , для которых  $a^2 + s(a) = 3495$ .

5. Точка  $P$  расположена на стороне  $AB$  квадрата  $ABCD$  так, что  $AP : PB = 1 : 2$ . Точка  $Q$  лежит на стороне  $BC$  квадрата и делит ее в отношении  $BQ : QC = 2$ . Прямые  $DP$  и  $AQ$  пересекаются в точке  $E$ . Найти отношение длин  $PE : ED$ .

#### Вариант № 4

1. Петя совершил прогулку по маршруту: от дома по горизонтальной тропинке до подъема на гору, подъем на вершину горы и спуск с нее по тому же склону, возвращение по тропинке домой. Путь от дома до подъема на гору не менее, чем в два раза превышает путь по склону горы. По горизонтальной тропе Петя шел со скоростью 4 км/час, на подъеме – 0,5 км/час, на спуске – 5 км/час. Какой наименьший при этих условиях путь мог пройти Петя, если спустя 16 часов он вернулся домой?

2. Решить уравнение  $4 + 4 : (1 + 4 : (1 + 4 : (1 + 4 : (5x - 24)))) = x$ .

3. Про два двузначных, целых, положительных числа  $a$  и  $b$  известно, что 1) одно из них больше другого на 12; 2) в их десятичной записи одна одинаковая цифра; 3) сумма цифр одного числа на 3 больше суммы цифр другого. Найти эти числа.

4. Обозначим через  $s(a)$  сумму цифр в десятичной записи натурального числа  $a$ . Найти все числа  $a$ , для которых  $a^2 + s(a) = 4776$ .

5. Точка  $P$  расположена на стороне  $AB$  квадрата  $ABCD$  так, что  $AP : PB = 1 : 4$ . Точка  $Q$  лежит на стороне  $BC$  квадрата и делит ее в отношении  $BQ : QC = 5$ . Прямые  $DP$  и  $AQ$  пересекаются в точке  $E$ . Найти отношение длин  $AE : EQ$ .