

*Заключительный тур отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом», весна 2021, математика, 10 класс*

**Вариант № 1**

1. Вася и Петя занялись тем, что выкладывали на столе фигуры из одинаковых картонных правильных треугольников. Когда каждый из них собрал свой большой правильный треугольник (без дырок), то оказалось, что Вася использовал на него на 161 треугольник больше, чем Петя. Сколько треугольников использовал Петя, если у него их было не более 100 штук?

2. Найти целые  $x$ , для которых  $x^2 \sin \frac{\pi x}{2} \geq 10 - 6 \cos \frac{\pi x}{3}$ .

3. Многочлен  $P(x)$  с целыми коэффициентами при  $x = 2$  принимает значение 3, а при  $x = 4$  – его значение равно 1. Известно, что уравнение  $P(n) = n - 1$  имеет целое решение. Найти это решение.

4. Найти шесть ненулевых целых чисел, произведение которых не меняется, если из каждого них вычесть двойку.

5. Муравейник, в котором проживает муравей Гоша, имеет форму правильной четырехугольной пирамиды с боковым ребром 50 см и плоским углом при вершине  $\pi/6$ . Гоша совершил прогулку по поверхности муравейника, выйдя из вершины основания, возвратившись в нее же и побывав на всех боковых гранях муравейника. Во время своей прогулки Гоша никогда не приближался к вершине муравейника ближе, чем на 30 см. Какое наименьшее возможное расстояние мог преодолеть Гоша за время прогулки?

**Заключительный тур олимпиады «Росатом»,  
10 класс, Москва, март 2021**

**Вариант № 1**

**1.** Найти наименьшее натуральное число, имеющее при делении на 3, 5 и 6 в остатке 1, а при делении на 11 – остаток 5.

**2.** Решить неравенство

$$\sqrt{(\cos^2 x + 1,5 \sin x)(3 \cos^2 x - 1,5 \sin x)} \geq 2 \cos^2 x.$$

**3.** Члены двух числовых последовательностей  $a_n$  и  $b_n$  связаны

между собой соотношениями 
$$\begin{cases} 2a_{n+1} = \sqrt{3}a_n - b_n, \\ 2b_{n+1} = a_n + \sqrt{3}b_n \end{cases}, a_1 = b_1 = 1$$
 для

всех натуральных  $n$ . Найти наименьшее натуральное число  $m$ , для которого  $a_{n+m} = a_n$ ,  $b_{n+m} = b_n$  при любых  $n$ . Найти значения  $a_{2021}$  и  $b_{2021}$ .

**4.** Известно, что квадрат любого из корней кубического уравнения  $x^3 - x + 2 = 0$  является корнем другого, также кубического уравнения. Найдите это уравнение.

**5.** Точки  $O$  и  $Q$  – центры описанной и вписанной окружностей треугольника  $ABC$  соответственно. Прямая  $AB$  пересекает отрезок  $OQ$  в точке  $M$  так, что  $OM : MQ = 2$ . Найти углы треугольника  $ABC$ , если известно, что  $Q$  равноудалена от точек  $A$  и  $B$ .