

**Олимпиада имени профессора И.В. Савельева, осень 2018**  
**9 класс**

**Вариант № 1**

**1.** На день рождения Пети был куплен торт с основанием в форме квадрата  $3 \times 3$  дм, разделенного на 9 равных кусков с квадратными основаниями  $1 \times 1$  дм. Петя решил разрезать торт ножом по прямой так, чтобы образовалось наибольшее количество отдельных кусочков, не обязательно равных. Какое максимальное число кусков торта можно получить с помощью одного прямолинейного разреза? Какое наименьшее число прямолинейных разрезов можно сделать, чтобы каждый из 9 первоначальных кусков оказался разрезанным?

**2.** Найти целые  $a$ , при которых оба корня уравнения  $(x - a - 2)^2 + x - a - 8 = 0$  принадлежат отрезку  $[1; 6]$ .

**3.** Сколько существует различных троек  $(x; y; z)$  целых чисел, для которых  $xy^2z^3 = 36000$  ?

**4.** Решить уравнение:  
 $(x^2 - 4x)^{2019} + (x^2 - 4x)^{2018} \cdot (x + 2) + (x^2 - 4x)^{2017} \cdot (x + 2)^2 + \dots + (x + 2)^{2019} = 0.$

**5.** Точка  $M$  делит диагональ  $AC$  квадрата  $ABCD$  в отношении  $MC : AM = 1 : 3$ . Прямая, проходящая через точку  $M$ , делит квадрат на две части, площади которых относятся как  $1 : 2$ . В каком отношении эта прямая делит периметр квадрата?

## Вариант № 2

1. На день рождения Васи был куплен торт с основанием в форме квадрата  $4 \times 4$  дм, разделенного на 16 равных кусков с квадратными основаниями  $1 \times 1$  дм. Вася решил разрезать торт ножом по прямой так, чтобы образовалось наибольшее количество отдельных кусочков, не обязательно равных. Какое максимальное число кусков торта можно получить с помощью одного прямолинейного разреза? Какое наименьшее число прямолинейных разрезов можно сделать, чтобы каждый из 16 первоначальных кусков оказался разрезанным?

2. Найти целые  $a$ , при которых уравнение  $(x - 2a + 1)^2 - 2x + 4a - 10 = 0$  не имеет решений на отрезке  $[-1; 7]$ .

3. Сколько существует различных троек  $(x; y; z)$  целых чисел, для которых  $xy^2z^4 = 12096$ ?

4. Решить уравнение (знаки  $\pm$  чередуются)  
 $(x^2 + 4x)^{2015} - (x^2 + 4x)^{2014} \cdot (x - 2) + (x^2 + 4x)^{2013} \cdot (x - 2)^2 - \dots - (x - 2)^{2015} = 0.$

5. Точка  $M$  делит диагональ  $AC$  квадрата  $ABCD$  в отношении  $MC : AM = 1 : 4$ . Прямая, проходящая через точку  $M$ , делит квадрат на две части, площади которых относятся как  $1 : 11$ . В каком отношении эта прямая делит периметр квадрата?

### Вариант № 3

1. На день рождения Кости был куплен торт с основанием в форме прямоугольника  $3 \times 5$  дм, разделенного на 15 равных кусков с квадратными основаниями  $1 \times 1$  дм. Костя решил разрезать торт ножом по прямой так, чтобы образовалось наибольшее количество отдельных кусочков, не обязательно равных. Какое максимальное число кусков торта можно получить с помощью одного прямолинейного разреза? Какое наименьшее число прямолинейных разрезов можно сделать, чтобы каждый из 15 первоначальных кусков оказался разрезанным?

2. Найти целые  $a$ , при которых уравнение  $(x - a - 4)^2 + 2x - 2a - 16 = 0$  имеет только один корень на отрезке  $[1; 8]$ .

3. Сколько существует различных троек  $(x; y; z)$  целых чисел, для которых  $x^2 y^3 z^3 = 3240000$ ?

4. Решить уравнение  $(x^2 - 2x)^{2017} + (x^2 - 2x)^{2016} \cdot (3 - 2x) + (x^2 - 2x)^{2015} \cdot (3 - 2x)^2 + \dots + (3 - 2x)^{2017} = 0$ .

5. Точка  $M$  делит диагональ  $AC$  квадрата  $ABCD$  в отношении  $AM : MC = 3 : 2$ . Прямая, проходящая через точку  $M$ , делит квадрат на две части, площади которых относятся как  $9 : 11$ . В каком отношении эта прямая делит периметр квадрата?

## Вариант № 4

1. На день рождения Маши был куплен торт с основанием в форме прямоугольника  $2 \times 5$  дм, разделенного на 10 равных кусков с квадратными основаниями  $1 \times 1$  дм. Маша решила разрезать торт ножом по прямой так, чтобы образовалось наибольшее количество отдельных кусочков, не обязательно равных. Какое максимальное число кусков торта можно получить с помощью одного прямолинейного разреза? Какое наименьшее число прямолинейных разрезов можно сделать, чтобы каждый из 10 первоначальных кусков оказался разрезанным?

2. Найти целые  $a$ , при которых хотя бы один корень уравнения  $(x - 2a + 3)^2 + 2x - 4a - 9 = 0$  принадлежит отрезку  $[-2; 6]$ .

3. Сколько существует различных троек  $(x; y; z)$  целых чисел, для которых  $xy^2z^5 = 540000$  ?

4. Решить уравнение (знаки  $\pm$  чередуются)  
 $(x^2 + 2x)^{2021} - (x^2 + 2x)^{2020} \cdot (2x + 1) + (x^2 + 2x)^{2019} \cdot (2x + 1)^2 - \dots - (2x + 1)^{2021} = 0.$

5. Точка  $M$  делит диагональ  $AC$  квадрата  $ABCD$  в отношении  $AM : MC = 2 : 1$ . Прямая, проходящая через точку  $M$ , делит квадрат на две части, площади которых относятся как  $9 : 31$ . В каком отношении эта прямая делит периметр квадрата?