Задания очного отборочного тура
Отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом»
Математика, 11 класс, комплект 2
2017 г.

1 Вариант
Максимальный балл за каждую задачу – 2 балла.

1. Найти все x, удовлетворяющие неравенству $n^2x^2-(2n^2+n)x+n^2+n-6\le 0$ при любых натуральных n.

2. Решить уравнение $\left(\cos\frac{2x}{5}-\cos\frac{2\pi}{15}\right)^2+\left(\sin\frac{2x}{3}-\sin\frac{4\pi}{}\right)^2=0$

3. Найти x и y, для которых $\begin{cases} x-2y+[x]+3\{x\}-\{y\}+3[y]=2,5 \\ 2x+y-[x]+2\{x\}+3\{y\}-4[y]=12 \end{cases}$, где $[x],[y]$ и $\{x\},\{y\}$ – целая и дробная части чисел x и y. Целая часть числа a это наибольшее целое число, не превосходящее a, а $\{a\}=a-[a]$.

4. Найти вероятность того, что случайно взятое на отрезке $[0;5]$ число x является решением уравнения $\sin\left(x+|x-\pi|\right)+2\sin^2\left(x-|x|\right)=0$.

5. При каких a система уравнений $\begin{cases} x\sin a-y\cos a=2\sin a-\cos a \\ x-3y+13=0 \end{cases}$ имеет решение $(x;y)$ в квадрате $5\le x\le 9, 3\le y\le 7$?

.

6. На ребрах трехгранного угла с вершиной в точке S расположены точки M,N и K такие, что $SM^2+SN^2+SK^2\le 12$. Найти площадь треугольника SMN, если известно, что угол MSN равен 30^0, а объем пирамиды $SMNK$ максимально возможный.

Задания очного отборочного тура
Отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом»
Математика, 11 класс, комплект 1
2017 г.

1 Вариант
Максимальный балл за каждую задачу – 2 балла.

1. Через $\{x\}$ и $[x]$ обозначены дробная и целая части числа x. Целая часть числа x – это наибольшее целое число, не превосходящее x, а $\{x\}=x-[x]$. Найти x, для которых $4x^2-5[x]+8\{x\}=19$.

2. Найти целые n, при которых выражение $\frac{1}{12}\left(8\sin\frac{\pi n}{10}-\sin\frac{3\pi n}{10}+4\cos\frac{\pi n}{5}+1\right)$ принимает целые значения.

3. На плоскости расположены 8 прямых, из которых 3 параллельны, а любые две из оставшихся пяти – пересекаются. Рассматриваются все треугольники со сторонами, лежащими на данных прямых. Какое наибольшее и наименьшее число таких треугольников может быть обнаружено?

4. Случайная величина ξ равномерно распределена на отрезке $[0;6]$. Найти вероятность того, что неравенство $x^2+(2\xi+1)x+3-\xi\le 0$ справедливо для всех $x\in[-2;-1]$.

5. При каких значениях a система $\begin{cases}(x-7\cos a)^2+(y-7\sin a)^2=1\\ |x|+|y|=8\end{cases}$ имеет единственное решение?

6. В треугольной пирамиде $SABC$ угол ASB при вершине S равен 30^0, а боковое ребро SC наклонено к плоскости грани ASB под углом 45^0. Сумма длин боковых ребер пирамиды равна 9. Найти наибольшее возможное при этих условиях значение объема пирамиды.