

2.15. Задания заключительного этапа олимпиады «Росатом», 9 класс

Задания

1. Числа $a, b, a \in [-4; 3]$ такие, что парабола $y = x^2 + ax + b$ пересекает отрезок с концами в точках $P(1; 2)$ и $Q(-1; 4)$. Нарисовать на координатной плоскости область D , содержащую все точки $M(a; b)$ и найти ее площадь.
2. Найти целые, положительные n , при которых уравнение $x^2 - a_n x - a_{n+1} = 0$ имеет рациональные корни, где $a_n = \text{НОД}(6, n)$.
3. Найти a, b и c , для которых $ar_n + br_{n+1} + cr_{n+2} = 6$ для всех натуральных n , где r_k - остаток от деления k на 3.
4. Найти сумму всех целых положительных делителей числа $a = 2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^6$.
5. Через вершину A треугольника ABC проведена прямая, пересекающая сторону BC в точке D и делящая площадь треугольника в отношении $1:7$. Другая прямая, параллельная AD , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно и делит площадь треугольника ABC пополам. В каком отношении точки M и N делят стороны AB и BC ?