

2.14. Задания отборочного этапа олимпиады «Росатом», 9 класс

Задания

1. Найти количество делителей числа $a = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$, делящихся на 3. Найти сумму таких делителей.
2. Сколько существует целых b , при которых уравнение $x^2 + bx - 9600 = 0$ имеет целое решение кратное 10 и 12? Укажите наибольшее возможное b .
3. Сколько существует трехзначных положительных чисел x , делящихся на 3 и удовлетворяющих уравнению $\text{НОД}(15, \text{НОД}(x, 20)) = 5$? Найти наибольшее из них.
4. Квадратный трехчлен $p(x) = ax^2 + bx + c$, $a > 0$ при делении на $(x - 1)$ дает в остатке 4, при делении на $(x - 2)$ - в остатке 15. Найти максимальное возможное при этих условиях значение ординаты вершины параболы $y = p(x)$. При каком значении x оно достигается?
5. В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CH из вершины прямого угла. Из точки N катета BC , опущен на гипотенузу перпендикуляр NM , при этом прямая NA перпендикулярна CM и $MN : CH = 1 : \sqrt{3}$. Найти острые углы треугольника ABC .