2.12. Задания заключительного этапа олимпиады «Росатом», 10 класс

Задания

1. $a_n -$ арифметическая прогрессия, $p_n(x) = a_n x^3 - (a_n + 1)x^2 - (6a_n - 1)x + 6 -$ многочлен, для которого $p_n(2) = -16n - 4$ для всех натуральных n. Найти сумму корней уравнения $p_5(x) \cdot p_6(x) \cdot p_7(x) = 0$.

2. Члены последовательности x_n являются решениями уравнения $F_n(x) = \underbrace{f(f(f...(f(x))...)}_{n} = 0$ для всех $n \geq 1$. Написать формулу общего члена последовательности и найти $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$, если $f(x) = 2x - 3$.

3. Найти координаты точки M, наименее удаленной от начала координат и лежащей на параболе $y = x^2 - 4x + 3{,}5$.

4. При каких целых n выражение $6\sin\frac{5\pi n}{12} + \sin\frac{5\pi n}{4}$ принимает наибольшее возможное значение?

5. Точки M, N, P и Q расположены на сторонах квадрата со стороной $a > 5$ так, что отрезки MN и PQ не пересекаются и имеют длины 3 и 5 соответственно. Найти наименьшее возможное значение расстояния между серединами этих отрезков.