2.8. Заключительный тур олимпиады «Росатом», 7 класс

Ответы и решения

1 Ответ: 5
Решение.
$x(x+2)+1=x^2+2x+1=(x+1)^2=36 \to x+1=6 \to x=5$.

2 Ответ: $a=0,-1,-2,-3$
Решение.
Коэффициент $2a+3\neq 0$ при целых a, поэтому уравнение имеет единственное решение для всех целых a. Это решение $x=\dfrac{4a+9}{2a+3}=\dfrac{2(2a+3)+3}{2a+3}=2+\dfrac{3}{2a+3}$.
Цело численность x возможна при 1) $2a+3=-1$; 2) $2a+3=1$; 3) $2a+3=-3$; 4) $2a+3=3$.
Случай 1) дает $a=-2$, случай 2) - $a=-1$, случай 3) - $a=-3$, случай 4) - $a=0$.

3 Ответ: 16
Решение.
Разложим число 86400 на простые множители: $86400=2^7\cdot 3^3\cdot 5^2$.
Если p, q и r различные простые числа, придуманные Петей, Машей и Вовой соответственно, A - число, сообщенное бабушкой, игра продолжалась 3 круга, то последнее, услышанное Вовой, число равно $A\cdot p^3\cdot q^3\cdot r^2$. Сравнивая его с $2^7\cdot 3^3\cdot 5^2$, приходим к выводу, что $r=5$, A не содержит числа 3 и 5 своими делителями, Петя и Маша придумали числа 2 и 3, а бабушка число $2^4=16$

4 Ответ: $a=2$
Решение.
Случай 1. $a>0$

Решение первого неравенства $x \le \frac{2}{a}$, решение второго $x \ge -\frac{a}{2}$. Решением системы является отрезок $\left[-\frac{a}{2};\frac{2}{a}\right]$, длина которого равна $\frac{2}{a}+\frac{a}{2}=2 \to \frac{(a-2)^2}{2a}=0 \to a=2$.

Случай 2. $a=0$
Первое неравенство выполняется для всех x , второе – при $x \ge 0$. Решением системы является полуось, а не отрезок.
Случай 3 $a<0$

Решение первого неравенства $x \ge \frac{2}{a}$, второго - $x \ge -\frac{a}{2}$. Решением системы является полуось $x \ge -\frac{a}{2}$, а не отрезок.

5. Ответ: на $(n-2)$ треугольника.
Решение.
Пусть наилучшее разрезание содержит $m-$ треугольников. Покажем, что это число может быть уменьшено, по крайней мере, на 1, если среди треугольников есть один, все вершины которого находятся внутри многоугольника (рис 1)

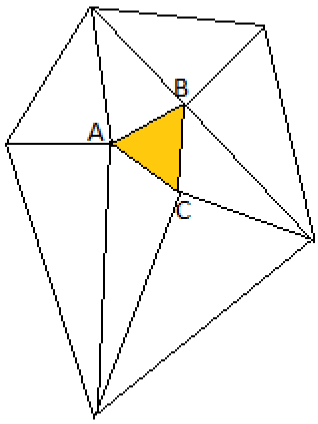

Рис. 1

Выделенный треугольник можно «собрать в точку», предложив новый способ разрезания с меньшим числом треугольников. Следовательно, наилучшее разрезание не содержит таких треугольников. Покажем, что число m может быть уменьшено, если среди треугольников найдется такой, две вершины которого лежат внутри многоугольника (рис.2)

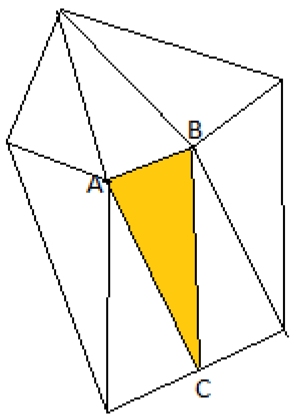

Рис. 2

«Собрав» две точки A и B в одну можно получить способ разрезания, содержащий меньшее число треугольников. Следовательно, при наилучшем способе разрезания вершин треугольников, лежащих внутри многоугольника не может быть более одной. Покажем, что если вершина одна, то при наилучшем разрезании остальные вершины треугольников должны совпадать с вершинами многоугольника (рис.3)

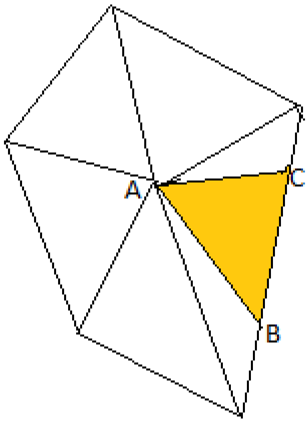

Рис.3

Продвинув точки B и C в вершины многоугольника, можно уменьшить число треугольников разрезания. Следовательно, если вершина треугольников, расположенная внутри треугольников одна, то наилучшее разрезание содержит n треугольников (рис.4)

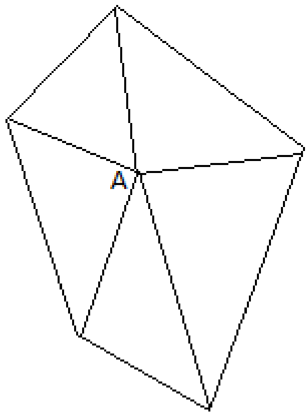

Рис. 4

Наконец, случай, когда ни одна из вершин треугольников не содержится внутри многоугольника, а все другие должны быть в вершинах многоугольника, приводит к разрезанию по лучам, исходящим из одной вершины (не важно какой!) рис.5

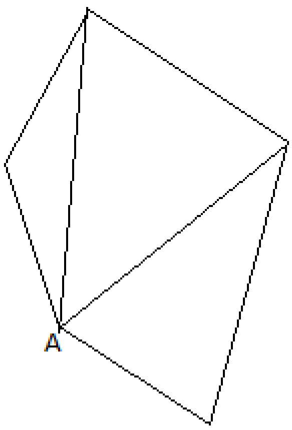

Рис.5

Такое разрезание содержит $(n-2)$ треугольников. В варианте 1 $n=90$, поэтому минимальное число треугольников равно 88.

2.21. Критерии определения победителей и призеров Отраслевой физико-математической олимпиады «Росатом» 2015-2016 учебного года, Математика

Оргкомитет Отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом» установил следующие принципы оценивания работ заключительного тура и определения победителей и призеров олимпиады 2015-2016 учебного года.

1. Максимальная оценка за каждую задачу – 2 балла независимо от уровня сложности задачи.
2. Каждая задача в зависимости от полноты решения оценивалась оценкой: 0 баллов, 0,5 балла, 1 балл, 1,5 балла или 2 балла.
3. Оценка олимпиадной работы равна сумме оценок за все задачи.
4. Если сумма оценок за задачи оказывается «полуцелой» (5.5, 6.5 и т.д.), оценка округляется до целого значения с избытком или недостатком по усмотрению проверяющего работу члена жюри.
5. Победителями и призерами олимпиады считаются участники заключительного тура, получившие следующие оценки

Класс	Оценки победителей и призеров		
	Победитель	Призер 2 степени	Призер 3 степени
7	10-9	8	7
8	10	9	нет
9	10	9	8
10	10	9	нет
11	10-12	9	8