2.18. Заключительный тур олимпиады «Росатом», 7 класс

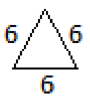
1. Среди 35 учеников 7 «А» класса не любят есть конфеты 13, торты – 12,
пряники – 9 учеников. Кроме того, не любят есть конфеты и торты 3, пряники и торты – 6, конфеты и пряники - 5 учеников. Наконец, не любят есть конфеты, торты и пряники 2 ученика. Сколько в классе ребят, которые любят есть конфеты, торты и пряники ?

2. Первая цифра пятизначного, натурального числа a равна 1. Если переставить единицу на последнее место, то полученное число будет на 5842 меньше утроенного числа a . Найти a .

3. Доказать, что любое целое число $a > 1$, в десятичной форме записи
которого используется только одна цифра 1, не может быть квадратом целого числа.

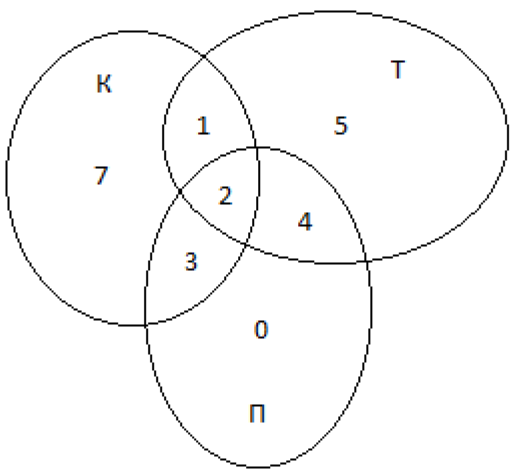
4. Сколько баллов получил Петя на ЕГ Э, сколько лет его учительнице по
математике, какой длины хвост его кота, если умножение этих чисел дает $19758 = 222 \cdot 89$, учительнице не более 80 лет, а длина хвоста кота
(несколько сантиметров) не менее 4 см, но не более 36 см.?

5. Дан лист бумаги в форме правильного треугольника со стороной 6 см.
Имеются, если необходимо, измерительная линейка, циркуль, ножницы. Нужно разрезать лист на части, а потом из всех этих частей путем перекладывания сложить прямоугольник , одна из сторон которого 2 см. Предложите свой вариант решения .



Ответы и решения

Задача 1 Ответ: 13 учеников
Решение
На рис. показаны условно множества не любителей конфет, тортов и пряников, а также их различные пересечения.



Внутри отмечены числа из условия задачи. Не любят есть хотя бы одно из предложенных сладостей 13+9=22 ученика. Поэтому 35-22=13 учеников любят и конфеты, и торты, и пряники.

Задача 2 Ответ: $a = 13451$

Решение

$a = 10^4 + b$, где b - четырехзначное число. Число с переставленной цифрой равно $10b + 1$.
По условию

$3a - (10b + 1) = 5842 \to 3(10^4 + b) - 10b - 1 = 5842 \to 7b = 24157 \to b = 3451$

$a = 13451$

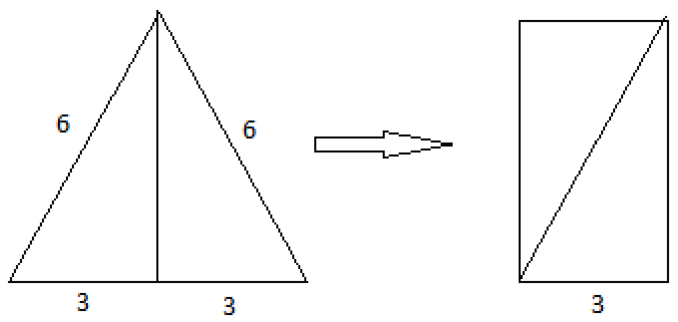
Задача 3
Решение
Пусть $\underbrace{11\ldots1}_{n} = m^2 \to 10 \cdot \underbrace{111\ldots1}_{n-1} = m^2 - 1 = (m-1)(m+1)$. Если $m = 2k$ – четное, то равенства быть не может, поскольку слева стоит число оканчивающееся на 0, а справа – нечетное число.
Если $m = 2k + 1$ - нечетно, то правая часть равенства делится на 4, а левая – только на 2.

Задача 4 Ответ: число баллов – 89, возраст учительницы - 37, длина хвоста – 6
Решение: $19758 = 2 \cdot 3 \cdot 37 \cdot 89$. Из четырех сомножителей надо выбрать группы из трех чисел, соответствующих количеству баллов на ЕГЭ, возрасту учительницы и длине хвоста (все целые числа). Таких вариантов шесть:

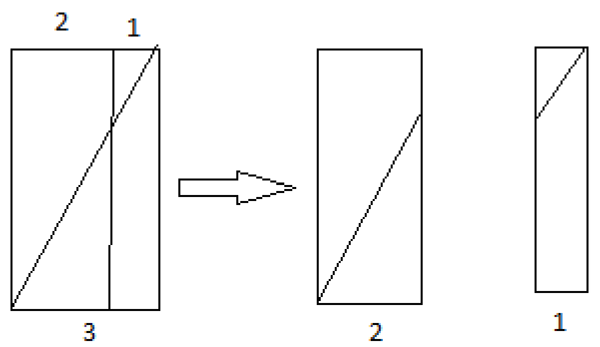
1. $19758 = 6 \cdot 37 \cdot 89$
2. $19758 = 3 \cdot 74 \cdot 89$
3. $19758 = 3 \cdot 37 \cdot 178$
4. $19758 = 2 \cdot 111 \cdot 89$
5. $19758 = 2 \cdot 37 \cdot 267$
6. $19758 = 2 \cdot 3 \cdot 3293$

Условию задачи удовлетворяет только первый вариант.

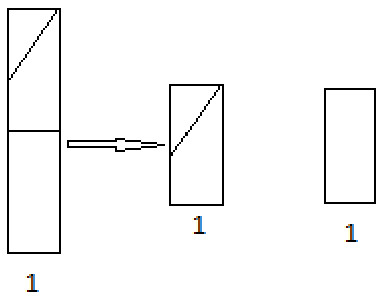
Задача 5
Решение
1 шаг.



2 шаг



3 шаг



Последний шаг.