1. Общая характеристика заданий

Задание олимпиады Росатом по математике составляется так, чтобы наиболее точно проранжировать участников олимпиады. Задачи олимпиадного задания значительно различаются по сложности. Но и простые и сложные задачи обязательно содержат элементы новизны и оригинальности, требуют для своего решения творческого применения математических теорем и их глубокого понимания. Такая форма задания позволяет, с одной стороны, наиболее точно проранжировать участников олимпиады и выявить наиболее талантливых и способных из них, с другой, «не оттолкнуть» от освоения математики и физики недостаточно подготовленных участников и мотивировать их к дальнейшей самостоятельной работе.

Задачи охватывают все разделы школьной программы и, как правило, носят комплексный характер, требующий объединения различных математических методов. Тем не менее, для решения олимпиадного задания совершенно достаточно знания школьной программы по физике или математике и не требуются какие-то специальные знания и навыки.

Поскольку и отборочный и заключительный тур олимпиады проходят на нескольких региональных площадках в разные сроки, методическая комиссия в рамках единого методического подхода готовит несколько комплектов заданий для отборочного тура и несколько комплектов для заключительного одного уровня сложности.

2. 2013-2014 учебный год

2.11. Заключительный тур олимпиады «Росатом», 10 класс

1. Числа a, b и c таковы, что они сами, а также числа $a-2, b-6, c-12$ являются последовательными членами двух геометрических прогрессий, а числа $a-10, b+5$ и $c-7$ могут составить три последовательных члена арифметической прогрессии. Найти числа a, b и c.

2. Найти минимальное значение выражения $ctg^2 x + ctg^2 y$, если $\sin^2 x + \sin^2 y = 1$. При каких значениях $(x; y)$ оно достигается?

3. A – трехзначное, целое, положительное число, B – число, полученное из числа A путем зачеркивания его последней цифры, C – число, полученное из числа A - зачеркиванием первой цифры. Известно, сумма цифр числа A
равна 15, а $|B-C|=11$. Найти число A.

4. Найти формулу для вычисления суммы n членов последовательности $1{,}8+2{,}89+3{,}899+4{,}8999+\ldots$

5. Отрезок MN перпендикулярен границам бумажной полосы (см. рис.). Прямые MP и MQ образуют с ним углы 60^0 и 45^0 соответственно. Полосу перегнули по отрезку MN так, что две ее половинки составили двугранный угол в 60^0. Найти угол между отрезками MP и MQ в пространстве после перегиба.