2.14. Отборочный тур олимпиады «Росатом», 8 класс

Ответы и решения

Задача 1 Ответ: отец – 10 млн, Петя – 20 млн, Коля – 5 млн.

Задача 2

$7\cdot 49^n+40\cdot 2^n=7\cdot(47+2)^n+40\cdot 2^n$. Существует натуральное k,

при котором $(47+2)^n=47k+2^n$. Тогда $7\cdot(47+2)^n+40\cdot 2^n=7\cdot 47\cdot k+47\cdot 2^n$.

Задача 3

$HOK(x,y)=22500=15^2\cdot 10^2=5^4\cdot 3^2\cdot 2^2$

$\begin{cases} x=5^4\cdot\alpha \\ y=3^2\cdot\beta \end{cases}\to\begin{cases} 25\sqrt{\alpha}+3\sqrt{\beta}=53 \\ HOK(\alpha,\beta)=2^2 \end{cases}$ Число α содержать множитель 3 не может, поэтому

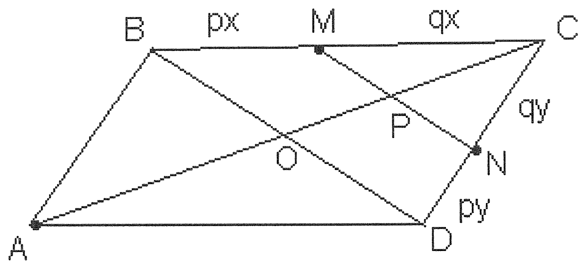
Случай 1. $\alpha=2^2,\ \beta=2^2\to 50+6\neq 53$

Случай 2. $\alpha=2^2,\ \beta=1\to 50+3=53\to x=625\cdot 4=2500,\ \ y=9$

Случай 3. $\alpha=1\ \ \beta=2^2\to 25+18\neq 53$

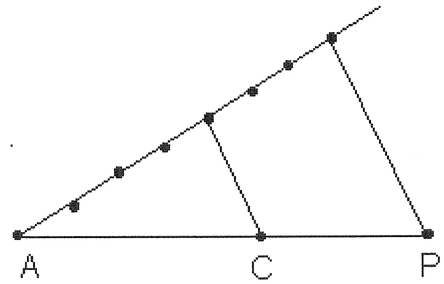
По симметрии вторым решением является $x=9,\ y=2500$.

Задача 4



1. Строим точку P - середину MN.

2. На прямой AP откладываем отрезок PC по длине равный $\dfrac{q}{q+2p} \cdot AP = \dfrac{3}{7} AP$.



3. Строим прямые CM и CN и точку O - середину отрезка AC.
4. Вершины B и D - точки пересечения прямых CM и CN с прямой, проходящей через точку O и параллельную прямой MN.

Задача 5

Числа A, которые при делении на n имеют в остатке r, при делении на $n+1$ - остаток $r+1$, при делении на $n+2$ - остаток $r+2$ имеют вид: $A = n(n+1)(n+2)t - n + r$, $A_{\min}$ соответствует $t = 1$

В варианте 1 $n = 11, \quad r = 5 \rightarrow A_{\min} = 1710$