

2.15. Заключительный тур олимпиады «Росатом», 8 класс

Ответы и решения

Задача 1 Ответ: 1997 или 2011

Год рождения запишем в виде: $1000x + 100y + 10z + u$.

По условию $2013 - 1000x - 100y - 10z - u = z + u$.

Случай 1. $x = 1 \rightarrow 2u = 1013 - 100y - 11z$

Оценка: $2u \leq 18, 11z \leq 99 \rightarrow 2u + 11z \leq 117 \rightarrow y = 9 \rightarrow$

$2u = 113 - 11z$. Если $z \leq 8$, то $113 - 11z \geq 25$ и это невозможно, т.е. $z = 9$.

$2u = 113 - 99 = 14 \rightarrow u = 7$ и год рождения 1997.

Случай 2. $x = 2 \rightarrow 2u = 13 - 100y - 11z \rightarrow 100y = 13 - 11z - 2u \rightarrow y = 0$

$2u + 11z = 13 \rightarrow u = 1, z = 1$ и год рождения 2011.

Задача 2 Ответ: 84

x – число десятков, y – число единиц.

Случай 1. $x > y \quad 10x + y = 21(x - y) \rightarrow 11x = 22y \rightarrow x = 2y$

$y_{\max} = 4$, наибольшее число 84

Случай 2. $x < y \quad 10x + y = 21(y - x) \rightarrow 31x = 20y \rightarrow \begin{cases} x = 20k \\ y = 31k \end{cases}, k > 0$

В цифрах последнее невозможно.

Задача 3 Ответ: 47

Исходное число не более чем двузначное: $a = 10x + y$.

$$2 \cdot 1000 + (x-2) \cdot 100 + (y-7) \cdot 10 + 9 = (10x + y)^2 = 100x^2 + 20xy + y^2.$$

$$(100x^2 + 20(y-5)x + y^2 - 10y + 25) - 25 - 1800 + 61 = 0 \rightarrow$$

$$(10x + y - 5)^2 = 1764 = 42^2 \rightarrow 10x + y - 5 = 42 \rightarrow a = 47$$

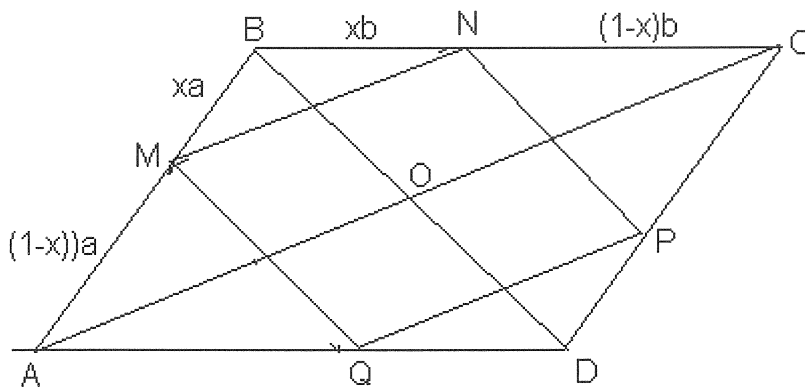
Задача 4 Ответ: второе больше.

$$\sqrt{2012} + \sqrt{2014} \vee 2\sqrt{2013} \rightarrow \sqrt{2014} - \sqrt{2013} \vee \sqrt{2013} - \sqrt{2012}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2014} + \sqrt{2013}} \vee \frac{1}{\sqrt{2013} + \sqrt{2012}} \rightarrow \sqrt{2014} + \sqrt{2013} \wedge \sqrt{2013} + \sqrt{2012}$$

$\sqrt{2014} > \sqrt{2012}$, т.е. знак \wedge соответствует знаку $>$, а противоположный ему \vee - знаку $<$.

Задача 5 Ответ: $a = \frac{d \cdot D}{d + D} = \frac{2}{3}$



$$AB = a, BC = b, x = BN : BC$$

$$\frac{NP}{d} = 1 - x \rightarrow NP = (1 - x)d$$

$$\frac{MN}{D} = x \rightarrow MN = xD$$

$$NP = MN \rightarrow (1 - x)d = xD \rightarrow x = \frac{d}{d + D} \rightarrow MN = \frac{dD}{d + D}$$

В варианте $d = 1, D = 2$, поэтому $MN = \frac{2}{3}$.