2.16. Отборочный тур олимпиады «Росатом», 7 класс

Ответы и решения

Задача 1

$222222232323 = 22\cdot(10^4+10^2+1)\cdot10^6+23\cdot(10^4+10^2+1)$

$242424 = 24\cdot(10^4+10^2+1)$

$\dfrac{222222232323}{242424}=\dfrac{22\cdot10^6+23}{24}=\dfrac{22000023}{24}$

Числитель делится на 3, поэтому дробь $\dfrac{22000023}{24}=\dfrac{733341}{8}$

и она несократима.

Задача 2

Возраст ученика – 12 лет, учителя – 48 лет. Через t лет $\dfrac{48+t}{12+t}=3\to t=6$. Так как через 4 года он был бы в 11 классе, то его дважды должны оставить на «второй год».

Задача 3

$A=10x+y$ – искомое число

$x^2-y^2=2(x+y)\to(x+y)(x-y-2)=0$

$x+y\neq0\to x=y+2,\ \ y=0,1,2,\ldots,7\to A_{\max}=97$ при $y=7$

Задача 4

$16(x+4)=y^2 \to y^2$ делится без остатка на $16 \to y=4k$

$x+4=k^2 \to x=k^2-4>0 \to k>2, k \in Z$

$x^2+y^2=(k^2-4)^2+16k^2=k^4+8k^2+16=\left(k^2+4\right)^2$ достигает минимальное значение равное 169 при $k=3$, т.е. $x=5$, $y=12$

Задача 5

1) На первой позиции может стоять одна из трех цифр :2, 3 или 5.
На кадой из оставшихся трех позиций можно записать любую из ланных четырех цифр, т.е. 4^3 вариантов на каждую цифру на первой позиции. Всего $3 \cdot 4^3 = 192$ чисел.

2) Деление на 25 возможно, если последние две цифры 00, 25, 50.
На первой позиции - любая из трех цифр: 2, 3 или 5. На второй позиции - - любая из четырех цифр. Всего $3 \cdot 3 \cdot 4$=36 вариантов чисел.