**5.2.6. Задание заключительного тура олимпиады «Росатом» в гг. Обнинск, Смоленск, Байконур, Тамбов, 11 класс**

**1.** Найти значения $a$ и $b$ ,при которых функция $f(x)=\sin\left(abx+\log_2(a+b)\right)$ нечетная, периодическая с наименьшим периодом $T=\frac{\pi}{2}$.

**2.** Найти наибольшее значение величины $x+y$, если $(x;y)$ - решения системы $\begin{cases}\sin 2x+\sin 6x+\sin 2y=0\\ y^2-7xy+10x^2=0\end{cases}$, для которых $3|x|+2|y|\le 6\pi$.

**3.** Длины ребер прямоугольного параллелепипеда – целые числа. Сумма длин всех его ребер равна 40. Сумма удвоенного объема и утроенного квадрата его диагонали равна 166. Найти площадь полной поверхности параллелепипеда.

**4.** Найти целые положительные числа $x$ и $y$, для которых 1) остаток от деления $x$ на $100$ равен $93$; 2) остаток от деления $y$ на $47$ равен $8$;

3) $x+y=877$.

**5.** При каких значениях $k$ уравнение $9x^4-(3k+1)x^2+(2k-5)^2=0$ имеет четыре действительных решения $x_1, x_2, x_3, x_4$, являющиеся последовательными членами арифметической прогрессии?

**6.** Равнобедренный треугольник $ABC$ расположен в полукруге радиуса $2$ так, что его боковая сторона $AB$ длины $3$ лежит на диаметре, а третья вершина находится на окружности. Какую наибольшую длину может при этих условиях иметь основание треугольника?