

**5.2.4. Задание заключительного тура олимпиады «Росатом» в гг. Железногорск, Зеленогорск, Северск, 11 класс**

1. Пятый и седьмой члены возрастающей арифметической прогрессии  $\{x_n\}$  являются решениями уравнения:  $\frac{\log_5 2}{\log_5 2 + 1} + \lg(x^2 + 3x + 5) = \lg(x^2 + 11x + 6)$ .

Сумма  $n$  членов прогрессии, начиная с  $x_4$ , равна 93. Найти  $n$ .

2. Найти наименьшее значение функции  $y = \frac{2}{x} + \frac{x}{8}$  на множестве положительных решений уравнения  $\sin 2x + \sin 5x = \sin 4x + \sin 7x$ .

3. Найти целые положительные числа  $x$  и  $y$ , для которых  $12x + y = (x + 3y)^2$ .

4. В каком отношении надо разделить кусок веревки, чтобы первый мог иметь длину стороны правильного треугольника, а второй – длину стороны правильного восьмиугольника, вписанных в одну окружность? Найти радиус этой окружности, если длина веревки равна  $L$ .

5. Для всех значений  $a$  найти решения уравнения:  $\sin 2x \cdot \sin 6x = a$ .

Сколько решений имеет уравнение на отрезке  $[0; \pi]$  при  $a = -0,5$ ?

6. Высота  $CH$ , опущенная из вершины прямого угла треугольника  $ABC$ , разбивает его на два треугольника  $BCH$  и  $ACH$ . Радиусы окружностей, вписанных в треугольники  $BCH$  и  $ACH$ , равны 4 и 3 соответственно. Найти длину катета  $BC$ .