

5.2. Заключительный этап

5.2.1. Задание заключительного тура олимпиады «Росатом» в гг. Ростов-на-Дону, Хабаровск, Москва (МГУПС), Екатеринбург, Иркутск, Новосибирск, Самара (СамГУПС), Санкт-Петербург (ПГУПС), Омск, Саратов, 11 класс

1. Найти все значения x , для которых $(x^2 - 2(a-2)x + a(a-4))\sqrt{3a-x} > 0$ при любых целых a – решениях

неравенства $\frac{2\lg a}{\lg(5a-4)} < 1$.

2. В треугольнике со стороной b и противолежащим ей углом α найти радиус описанной около него окружности, если α удовлетворяет уравнению $3\sin 3\alpha = 2\cos 3\alpha + 5\cos \alpha$.

3. Целые числа a, b, c, d связаны соотношением $ad + bc = 5(a + b + c + d)$, причем $5 < a < b < c < d$. Найти наименьшее возможное при этих условиях значение их суммы.

4. При каких значениях a корни уравнения $(x^2 - (2a-1)x - 2a)(x + a + 4) = 0$ могут быть тремя последовательными членами геометрической прогрессии?

5. При каких значениях a система $\begin{cases} 4(x-1)^2 + (2y-5)^2 = 5, \\ y = |x-4-2a| + |x+2a+2| \end{cases}$ имеет ровно два решения?

6. Сторона AB длины 6 четырехугольника $ABCD$ является диаметром описанного около него круга. Диагонали AC и BD пересекаются в точке M . Длины отрезков AM и BM равны 4 и 3 соответственно. Найти периметр треугольника DCM .