Ответы и решения

Задача 1 Ответ: $n = 12$

Задача 2 Ответ: $y_{\min} = y\left(\frac{11\pi}{9}\right) = \frac{18}{11\pi} + \frac{11\pi}{72}$

решения $x = \frac{(2m+1)\pi}{3}$, $x = \pi m, x = \frac{(2m+1)\pi}{9}$, $m \in Z,$(объединяются в $x = \frac{(2m+1)\pi}{9}$)

Задача 3 Ответ: 1) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$

Решение:

$x^2-6x(y-2)+9y^2-y=0 \to D=9(y-2)^2-9y^2+y=36-35y\ge 0$

$\to 0<y\le \frac{36}{35} \to y=1 \to \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=4 \end{array}\right.$

Задача 4 Ответ: 1) $\sqrt{3}:\sqrt{2-\sqrt{2}}\approx 2{,}26$ 2) $R=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2-\sqrt{2}}}{1+\sqrt{2}}L\approx 0{,}4L$

Задача 5 Ответ:

При $a\in(-\infty;-1)\cup\left(\frac{9}{16};+\infty\right)$ $x\in\varnothing$

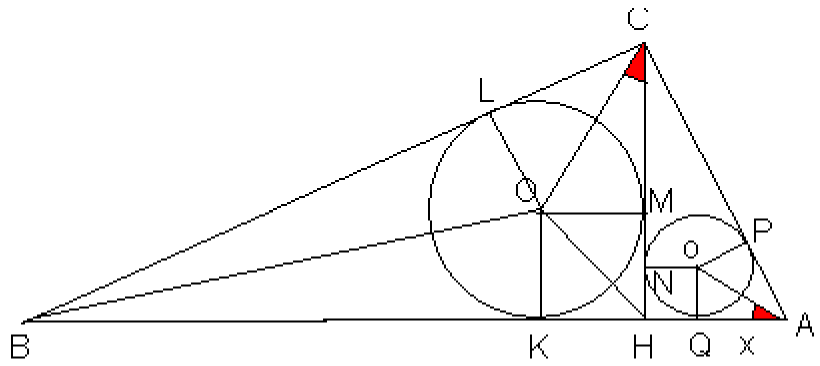
1) $a\in[-1;0)$, $x=\pm 0{,}5\arcsin\sqrt{\frac{3+\sqrt{9-16a}}{8}}+\frac{\pi k}{2},\ k\in Z$

$a\in\left[0;\frac{9}{16}\right]$, $x=\pm 0{,}5\arcsin\sqrt{\frac{3\pm\sqrt{9-16a}}{8}}+\frac{\pi k}{2},\ k\in Z$

2) 4 решения

Задача 6 Ответ: $BC=20$.

Решение: $r_1>r_2$



$$tg\alpha=\frac{r_2}{x},\ CM=r_1ctg\alpha=\frac{xr_1}{r_2},\quad CP=\frac{xr_1}{r_2}+\left(r_1-r_2\right)$$

$$b=\frac{r_1+r_2}{r_2}x+\left(r_1-r_2\right),\ y=BK=\frac{r_1}{tg\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)}=\frac{r_1\left(tg\alpha+1\right)}{\left(1-tg\alpha\right)}=\frac{r_1\left(x+r_2\right)}{x-r_1}$$

$$BH=y+r_1=\frac{2xr_1}{x-r_2},CH=\frac{r_1\left(x+r_2\right)}{r_2},AH=x+r_2$$

$$CH^2=BH\cdot AH\rightarrow\frac{r_1^2\left(x+r_2\right)^2}{r_2^2}=\frac{2xr_1}{x-r_2}\cdot\left(x+r_2\right)\rightarrow$$

$$r_1x^2-2xr_2^2-r_1\cdot r_2^2=0$$

$$x=\frac{r_2^2+r_2\sqrt{r_1^2+r_2^2}}{r_1}$$

$$a=y+\frac{r_1x}{r_2}=\frac{2\sqrt{r_1^2+r_2^2}\left(r_2+\sqrt{r_1^2+r_2^2}\right)}{\sqrt{r_1^2+r_2^2}-\left(r_1-r_2\right)};b=\frac{\sqrt{r_1^2+r_2^2}\left(r_1+r_2+\sqrt{r_1^2+r_2^2}\right)}{r_1};$$

$$c=\frac{2\left(r_1^2+r_2^2\right)}{\sqrt{r_1^2+r_2^2}-\left(r_1-r_2\right)}\cdot\frac{r_2+\sqrt{r_1^2+r_2^2}}{r_1}$$