

Ответы и решения

1. В системе покоя составного ядра в пренебрежении кинетической энергией дейтерия и трития имеем

$$4mv_{He} = mv_n$$

$$\frac{4mv_{He}^2}{2} + \frac{mv_n^2}{2} = Q$$

Исключая из второго уравнения энергию нейтрона, получим

$$E_{He} = \frac{4mv_{He}^2}{2} = \frac{Q}{5} = 3,5 \text{ МэВ} \quad E_n = \frac{4Q}{5} = 14,1 \text{ МэВ}$$

2. По закону Бернулли имеем для большого и малого сечений

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} \quad (*)$$

где p_1 и p_2 - давления, v_1 и v_2 - скорости воды в большом и малом сечениях. Из условия несжимаемости воду (условие непрерывности потока) для рассматриваемых сечений дает

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 \quad (**)$$

где S_1 и S_2 - площади указанных сечений. Поскольку $S_1 > S_2$, из (**) следует, что $v_1 < v_2$, а из (*), что $p_1 < p_2$. Выражая из (**) скорость v_2 и подставляя в (*), получим

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\Delta p S_2^2}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}} \quad (***)$$

Для $S_1 = 4S_2$ получаем из (***)

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\Delta p}{15\rho}}$$

Для $S_1 = 9S_2$ получаем из (***)

$$v_1 = \sqrt{\frac{\Delta p}{40\rho}}$$

3. Пусть частицы движутся под углом α к перпендикуляру, опущенному на сетку. Тогда время движения от первого детектора к сетке и от сетки ко второму детектору равно

$$t_1 = \frac{2l}{v \cos \alpha}$$

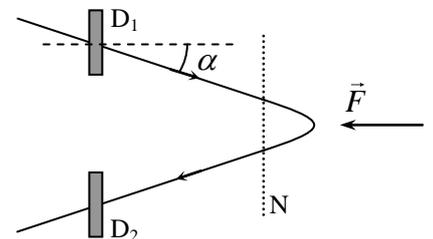
Поскольку при движении частиц под действием силы F проекция их скорости, перпендикулярная сетке, меняет знак, то время движения частиц за сеткой равно

$$t_2 = \frac{2mv \cos \alpha}{F}$$

Отсюда находим полное время движения частиц от одного детектора до другого

$$t = \frac{2l}{v \cos \alpha} + \frac{2mv \cos \alpha}{F}$$

Дифференцируя это время по v и приравнявая производную к нулю, получаем



$$-\frac{2l}{v^2 \cos \alpha} + \frac{2m \cos \alpha}{F} = 0$$

Отсюда следует, что время движения достигает минимума при

$$v = \frac{1}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{lF}{m}}$$

Подставляя это значение в полное время движения, найдем минимальное время

$$t_{\min} = 4\sqrt{\frac{lm}{F}}$$

а через него и массу частиц

$$m = \frac{Ft^2}{16l}$$

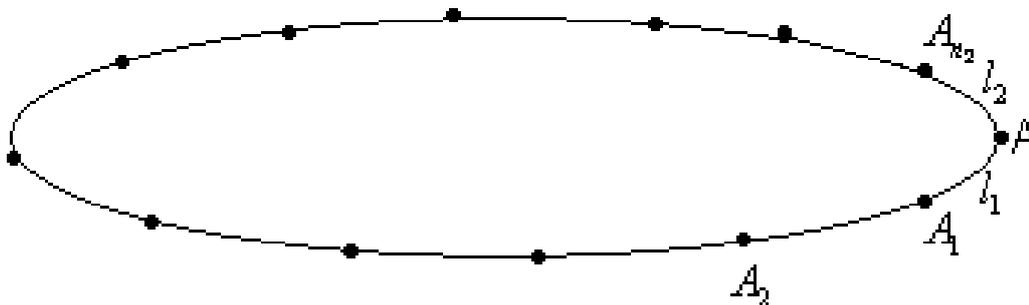
4. Имеется палочка длиной 15 см и веревка, длина которой больше 1 м. Нужно с помощью палочки измерить длину веревки с точностью до 5 см. Разрешается: 1) откладывать палочку вдоль веревки целое число раз; 2) перекладывать куски веревки, по длине меньшие 15 см, вдоль палочки. Не разрешается: 1) наносить на палочку дополнительные деления; 2) делать разрезы и узлы на веревке. В решении должна быть описана процедура вычисления длины веревки с указанной точностью. Веревка и палочка математические, т.е. не имеют толщин, а перекладывания не приводят к потере точности.

Решение

Первый алгоритм

Соединим начало и конец веревки, образовав замкнутый контур.

Шаг 1. Откладываем палочку вдоль веревки от точки А, например, против часовой до тех пор пока до конца веревки не останется кусок, по длине меньшей 15 см. (точка A_1)



Количество перекладываний палочки до этого момента обозначим через $n_1 = \left[\frac{L}{15} \right]$

(целая часть отношения неизвестной длины веревки к длине палочки, измеряемая величина). Тогда длина веревки равна $L \approx L_1^{нео} = 15n_1$ в случае, если длина остатка $l_1 = L - 15n_1$ меньше половины длины палочки, (вычисление с недостатком) и равна $L \approx L_1^{изб} = 15(n_1 + 1)$ в обратном случае (вычисление с избытком) с ошибкой не большей $\frac{15}{2}$ см.

Шаг 2. В случае «недостатка» совершим серию из n_1 перекладываний палочки в том же направлении (против часовой стрелки). Конец палочки при последнем перекладывании в серии окажется в точке A_2 , отстоящей от A_1 на расстоянии l_1 в направлении по часовой стрелке. Прделавав $n_2 - 1$ серий перекладываний по

n_1 штук, получим точку A_{n_2} , отстоящую от A на расстоянии $l_2 = L - n_2 \cdot l_1 < l_1$, где $n_2 = \left[\frac{L}{l_1} \right]$

(n_2 – измеряемая величина находится по признаку:

следующая, n_2 – ая серия закончится с переходом через точку А). Тогда длина веревки в случае

$$l_2 < \frac{l_1}{2} \text{ (недостаток) равна } L \approx L_2^{нед} = n_2 \cdot l_1 = n_2 \cdot (L - 15n_1) \rightarrow L_2^{нед} = \frac{15n_1n_2}{n_2 - 1} = L_1^{нед} + \frac{15n_1}{n_2 - 1}$$

с ошибкой не большей $\frac{15}{4}$ см. В случае $\frac{l_1}{2} < l_2$ (с избытком), приближенное значение длины веревки вычисляется по

$$\text{формуле: } L \approx L_2^{изб} = (n_2 + 1)l_1 = (n_2 + 1)(L - 15n_1) \rightarrow L_2^{изб} = \frac{15n_1(n_2 + 1)}{n_2} = L_1^{нед} + \frac{15n_1}{n_2}$$

с ошибкой не большей $\frac{15}{4} < 5$ см.

Условия $l_1 \leq l/2 = 15/2$ (или $l_2 \leq l_1/2$) устанавливается переключиванием остатка вдоль палочки или складыванием веревки вдвое.

При вычислении на первом шаге длины дуги с «избытком» конец палочки при $n_1 + 1$ переключивании остановится в точке B_1 , отстоящем от А на расстояние $l_1 = 15(n_1 + 1) - L \leq \frac{15}{2}$



Продлав серию из $n_1 + 1$ переключивания палочки в том же направлении (против часовой стрелки), ее конец окажется в точке B_2 . Совершив $n_2 - 1$ серий таких серий, дойдем до точки B_{n_2} , отстоящей от А на расстояние $l_2 = L - n_2 \cdot l_1 < l_1$. Если $l_2 < \frac{l_1}{2}$ (с недостатком), то длина веревки вычисляется по формуле:

$$L \approx L_2^{нед} = n_2 \cdot l_1 = n_2 (15(n_1 + 1) - L) \rightarrow L_2^{нед} = \frac{15n_2(n_1 + 1)}{n_2 + 1} = L_1^{изб} - \frac{15(n_1 + 1)}{n_2 + 1}$$

с ошибкой не большей $\frac{15}{4} < 5$ см.

Если $\frac{l_1}{2} < l_2$ (с избытком), то для продолжения процесса вычисления необходимо сделать еще одну серию из n_1 переключиваний палочки, чтобы перейти точку А и попасть в точку B_{n_2+1} , отстоящую от А не более $\frac{15}{4}$ см. Тогда длина веревки приближенно вычисляется по формуле:

$$L \approx L_2^{изб} = (n_2 + 1)l_1 = (n_2 + 1)((n_1 + 1)15 - L) \rightarrow L_2^{изб} = \frac{15(n_1 + 1)(n_2 + 1)}{n_2 + 2} = L_1^{изб} - \frac{15(n_1 + 1)}{n_2 + 2}$$

с ошибкой не большей $\frac{15}{4} < 5$ см.

Описанная процедура позволяет с помощью подсчета числа переключиваний палочки вдоль веревки на первом шаге вычислять ее длину с ошибкой не более $\frac{15}{2}$ см, на втором шаге не более $\frac{15}{4}$ см, на третьем -

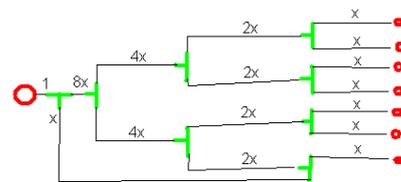
$\frac{15}{8}$ см и т.д. Таким образом, с помощью палочки можно вычислять длину веревки сколь угодно точно.

Завершим описание процедуры примером приближенного вычисления длины веревки длиной 14,53 м с помощью 15 см палочки.

1. шаг. $1453 = 96 \cdot 15 + 13$ и понадобится на первом этапе 96 переключений палочки.

Поскольку остаток больше половины палочки, то вычисление проходит

по схеме с избытком. $L_1^{изб} = 97 \cdot 15 = 1455. \rightarrow l_1 = 2$



5. Решение изображено на схеме

6.

Решение.

1 шаг. Вычислить диагональ прямоугольника $d = \sqrt{a^2 + b^2}$ (возможно с помощью калькулятора) и установить кольца A и C на расстоянии d .

2 шаг. На веревке длиной $a + b$ отметить, например узелком, точку B, отстоящую от конца на расстоянии a , и закрепить концы веревки в точках A и C.

3 шаг. Натянуть веревку с помощью третьего кольца и, передвигая его вдоль веревки, совместить его с точкой B на веревке. Угол B - прямой.

Установить кольцо.

4 шаг. Поменять концы веревки местами и повторить процедуру с натягиванием веревки кольцом и совмещением его с отмеченной точкой B. Установить последний кольцо.

