

1 № _____ Фамилия _____ не заполнять
регистрационный номер
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 1

1. Решите неравенство: $\log_2^2 x - \log_2 x - 2 \geq 0$.
2. Решите уравнение: $8 \sin^4 x + 13 \cos 2x = 7$.
3. Решите неравенство: $\frac{1}{2x+3} \left(\frac{4x+97}{x-5} + \frac{4x-29}{x-1} \right) \geq 0$.
4. Определите при каких значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(1+a), \\ (x+y)^2 = 14 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Решите систему при $a = 3$.

5. У правильной треугольной пирамиды сторона основания равна a , а площадь боковой поверхности в 2 раза больше площади основания. Найдите сечение пирамиды, которое проходит через сторону основания и имеет минимальную площадь.

Председатель методической комиссии
Десногорск, 20 марта 2010 г.

2 № _____ Фамилия _____ не заполнять
регистрационный номер
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 2

1. Решите неравенство: $\log_{1/2}^2 x - 5 \log_{1/2} x + 6 \leq 0$.
2. Решите уравнение: $2 \cos^4 x + 1 = 3 \cos 2x$.
3. Решите неравенство: $\frac{1}{4-3x} \left(\frac{10x+8}{4-x} - \frac{5x+12}{x+1} \right) \leq 0$.
4. Определите при каких значениях параметра b система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2b, \\ xy + 1/2 = b \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Решите систему при $b = 2$.

5. У правильного кругового конуса радиус основания равен R , а площадь боковой поверхности в 2 раза больше площади основания. Найдите сечение конуса, которое проходит через вершину конуса и имеет максимальную площадь.

Председатель методической комиссии
Десногорск, 20 марта 2010 г.

3

№ _____ Фамилия _____
регистрационный номер не заполнять.
 Имя _____
 Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
 Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 3

1. Решите неравенство: $\log_3^2 x + 3 \log_3 x + 2 \geq 0$.
2. Решите уравнение: $4 \sin^4 x + 7 \cos 2x = 1$.
3. Решите неравенство: $\frac{1}{2x+1} \left(\frac{2x+3}{x+2} + \frac{2x-7}{2x+7} \right) \geq 0$.
4. Определите при каких значениях параметра c система уравнений

$$\begin{cases} (x-y)^2 = 2/3, \\ xy + 1/3 = 5c \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Решите систему при $c = 1/45$.

5. У правильной треугольной пирамиды сторона основания равна a , а площадь боковой поверхности в $\sqrt{2}$ раза больше площади основания. Найдите сечение пирамиды, которое проходит через сторону основания и имеет минимальную площадь.

Председатель методической комиссии
 Десногорск, 20 марта 2010 г.

4

№ _____ Фамилия _____
регистрационный номер не заполнять.
 Имя _____
 Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
 Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 4

1. Решите неравенство: $\log_{1/5}^2 x + \log_{1/5} x - 6 \leq 0$.
2. Решите уравнение: $8 \cos^4 x = 11 \cos 2x - 1$.
3. Решите неравенство: $\frac{1}{4x+5} \left(\frac{3x+72}{x-2} + \frac{x-88}{x-3} \right) \leq 0$.
4. Определите при каких значениях параметра d система уравнений

$$\begin{cases} (x-y)^2 = 6d - 14, \\ x^2 + y^2 = 3(2+d) \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Решите систему при $d = 3$.

5. У правильного кругового конуса радиус основания равен R , а площадь боковой поверхности в $4/3$ раза больше площади основания. Найдите сечение конуса, которое проходит через вершину конуса и имеет максимальную площадь.

Председатель методической комиссии
 Десногорск, 20 марта 2010 г.

1 № _____ Фамилия _____ не заполнять
регистрационный номер
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 1

1. Решите неравенство: $\log_2^2 x - \log_2 x - 2 \geq 0$.
2. Решите уравнение: $8 \sin^4 x + 13 \cos 2x = 7$.
3. Решите неравенство: $\frac{1}{2x+3} \left(\frac{4x+97}{x-5} + \frac{4x-29}{x-1} \right) \geq 0$.
4. Определите при каких значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(1+a), \\ (x+y)^2 = 14 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Решите систему при $a = 3$.

5. У правильной треугольной пирамиды сторона основания равна a , а площадь боковой поверхности в 2 раза больше площади основания. Найдите сечение пирамиды, которое проходит через сторону основания и имеет минимальную площадь.

Председатель методической комиссии
Курск, 20 марта 2010 г.

2 № _____ Фамилия _____ не заполнять
регистрационный номер
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 2

1. Решите неравенство: $\log_{1/2}^2 x - 5 \log_{1/2} x + 6 \leq 0$.
2. Решите уравнение: $2 \cos^4 x + 1 = 3 \cos 2x$.
3. Решите неравенство: $\frac{1}{4-3x} \left(\frac{10x+8}{4-x} - \frac{5x+12}{x+1} \right) \leq 0$.
4. Определите при каких значениях параметра b система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2b, \\ xy + 1/2 = b \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Решите систему при $b = 2$.

5. У правильного кругового конуса радиус основания равен R , а площадь боковой поверхности в 2 раза больше площади основания. Найдите сечение конуса, которое проходит через вершину конуса и имеет максимальную площадь.

Председатель методической комиссии
Курск, 20 марта 2010 г.

3№ _____
регистрационный
номер

Фамилия _____

не заполнять

Имя _____

не заполнять

Школа № _____

Отчество _____

личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиадыНациональный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 3

1. Решите неравенство: $\log_3^2 x + 3 \log_3 x + 2 \geq 0$.
2. Решите уравнение: $4 \sin^4 x + 7 \cos 2x = 1$.
3. Решите неравенство: $\frac{1}{2x+1} \left(\frac{2x+3}{x+2} + \frac{2x-7}{2x+7} \right) \geq 0$.
4. Определите при каких значениях параметра c система уравнений

$$\begin{cases} (x-y)^2 = 2/3, \\ xy + 1/3 = 5c \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Решите систему при $c = 1/45$.

5. У правильной треугольной пирамиды сторона основания равна a , а площадь боковой поверхности в $\sqrt{2}$ раза больше площади основания. Найдите сечение пирамиды, которое проходит через сторону основания и имеет минимальную площадь.

Председатель методической комиссии
Курск, 20 марта 2010 г.**4**№ _____
регистрационный
номер

Фамилия _____

не заполнять

Имя _____

Школа № _____

Отчество _____

личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиадыНациональный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 4

1. Решите неравенство: $\log_{1/5}^2 x + \log_{1/5} x - 6 \leq 0$.
2. Решите уравнение: $8 \cos^4 x = 11 \cos 2x - 1$.
3. Решите неравенство: $\frac{1}{4x+5} \left(\frac{3x+72}{x-2} + \frac{x-88}{x-3} \right) \leq 0$.
4. Определите при каких значениях параметра d система уравнений

$$\begin{cases} (x-y)^2 = 6d - 14, \\ x^2 + y^2 = 3(2+d) \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Решите систему при $d = 3$.

5. У правильного кругового конуса радиус основания равен R , а площадь боковой поверхности в $4/3$ раза больше площади основания. Найдите сечение конуса, которое проходит через вершину конуса и имеет максимальную площадь.

Председатель методической комиссии
Курск, 20 марта 2010 г.

1 № _____ Фамилия _____
регистрационный номер _____ не заполнять
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 1

1. Решите неравенство: $\log_2^2 x - \log_2 x - 2 \geq 0$.
2. Решите уравнение: $8 \sin^4 x + 13 \cos 2x = 7$.
3. Решите неравенство: $\frac{1}{2x+3} \left(\frac{4x+97}{x-5} + \frac{4x-29}{x-1} \right) \geq 0$.
4. Определите при каких значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(1+a), \\ (x+y)^2 = 14 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Решите систему при $a = 3$.

5. У правильной треугольной пирамиды сторона основания равна a , а площадь боковой поверхности в 2 раза больше площади основания. Найдите сечение пирамиды, которое проходит через сторону основания и имеет минимальную площадь.

Председатель методической комиссии
Старая Русса, 20 марта 2010 г.

2 № _____ Фамилия _____
регистрационный номер _____ не заполнять
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 2

1. Решите неравенство: $\log_{1/2}^2 x - 5 \log_{1/2} x + 6 \leq 0$.
2. Решите уравнение: $2 \cos^4 x + 1 = 3 \cos 2x$.
3. Решите неравенство: $\frac{1}{4-3x} \left(\frac{10x+8}{4-x} - \frac{5x+12}{x+1} \right) \leq 0$.
4. Определите при каких значениях параметра b система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2b, \\ xy + 1/2 = b \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Решите систему при $b = 2$.

5. У правильного кругового конуса радиус основания равен R , а площадь боковой поверхности в 2 раза больше площади основания. Найдите сечение конуса, которое проходит через вершину конуса и имеет максимальную площадь.

Председатель методической комиссии
Старая Русса, 20 марта 2010 г.

3№ _____
регистрационный
номер

Фамилия _____

не заполнять

Имя _____

Школа № _____

Отчество _____

личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиадыНациональный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»**Вариант № 3**

1. Решите неравенство: $\log_3^2 x + 3 \log_3 x + 2 \geq 0$.
2. Решите уравнение: $4 \sin^4 x + 7 \cos 2x = 1$.
3. Решите неравенство: $\frac{1}{2x+1} \left(\frac{2x+3}{x+2} + \frac{2x-7}{2x+7} \right) \geq 0$.
4. Определите при каких значениях параметра c система уравнений

$$\begin{cases} (x-y)^2 = 2/3, \\ xy + 1/3 = 5c \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Решите систему при $c = 1/45$.

5. У правильной треугольной пирамиды сторона основания равна a , а площадь боковой поверхности в $\sqrt{2}$ раза больше площади основания. Найдите сечение пирамиды, которое проходит через сторону основания и имеет минимальную площадь.

Председатель методической комиссии
Старая Русса, 20 марта 2010 г.**4**№ _____
регистрационный
номер

Фамилия _____

не заполнять

Имя _____

Школа № _____

Отчество _____

личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиадыНациональный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»**Вариант № 4**

1. Решите неравенство: $\log_{1/5}^2 x + \log_{1/5} x - 6 \leq 0$.
2. Решите уравнение: $8 \cos^4 x = 11 \cos 2x - 1$.
3. Решите неравенство: $\frac{1}{4x+5} \left(\frac{3x+72}{x-2} + \frac{x-88}{x-3} \right) \leq 0$.
4. Определите при каких значениях параметра d система уравнений

$$\begin{cases} (x-y)^2 = 6d-14, \\ x^2 + y^2 = 3(2+d) \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения. Решите систему при $d = 3$.

5. У правильного кругового конуса радиус основания равен R , а площадь боковой поверхности в $4/3$ раза больше площади основания. Найдите сечение конуса, которое проходит через вершину конуса и имеет максимальную площадь.

Председатель методической комиссии
Старая Русса, 20 марта 2010 г.

1 № _____ Фамилия _____
регистрационный номер не заполнять
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 1

1. Решите уравнение: $|x - 1| = 3 - |x - 2|$.
2. Решите уравнение: $3\operatorname{tg}^2 x - \frac{5}{\cos x} + 1 = 0$.
3. Решите неравенство: $\log_{0,3}(x^2 + x + 31) < \log_{0,3}(10x + 11)$.
4. Определите при каких значениях параметра a неравенство

$$a^2 + 2a - \sin^2 x - 2a \cos x > 2$$

выполняется при всех значениях x . Решите уравнение $\sin^2 x + \cos x = -3/4$.

5. В квадрат со стороной a вписан круг, в этот круг вписан квадрат, в который вписан круг и так далее. Найдите сумму площадей всех кругов.

Председатель методической комиссии
Обнинск, 20 марта 2010 г.

2 № _____ Фамилия _____
регистрационный номер не заполнять
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 2

1. Решите уравнение: $|x + 3| = 2 - |x + 4|$.
2. Решите уравнение: $6\operatorname{ctg}^2 x + \frac{11}{\sin x} - 4 = 0$.
3. Решите неравенство: $\left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{x+4}} > \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{x^2+3x+4}}$.
4. Определите при каких значениях параметра b неравенство

$$\cos^2 x + 2b \sin x - 2b < b^2 - 4$$

выполняется при всех значениях x . Решите уравнение $\cos^2 x + 2 \sin x = -1$.

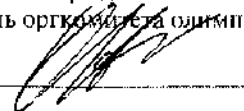
5. Дан квадрат $ABCD$ со стороной a . Точки A_1, B_1, C_1 и D_1 лежат соответственно на отрезках AB, BC, CD и DA и делят их в отношении $2 : 1$ ($AA_1/A_1B = BB_1/B_1C = CC_1/C_1D = DD_1/D_1A = 2/1$). Точки A_2, B_2, C_2 и D_2 лежат соответственно на отрезках A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1 и D_1A_1 и делят их в отношении $2 : 1$ и так далее. Найдите сумму площадей всех четырёхугольников $A_k B_k C_k D_k, k = 1, 2, 3, \dots$

Председатель методической комиссии
Обнинск, 20 марта 2010 г.

3

№ _____ Фамилия _____
регистрационный номер не заполнять.
 Имя _____
 Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
 Председатель оргкомитета олимпиады



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 3

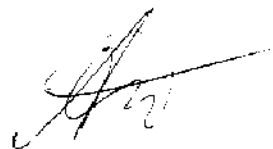
1. Решите уравнение: $|x + 2| = 4 - |x + 3|$.
2. Решите уравнение: $2\operatorname{tg}^2 x + \frac{7}{\cos x} + 5 = 0$.
3. Решите неравенство: $\log_3(x^2 - 7x + 12) < \log_3 20$.
4. Определите при каких значениях параметра c неравенство

$$c^2 + c - \sin^2 x - 2c \cos x > 1$$

выполняется при всех значениях x . Решите уравнение $\sin^2 x + \cos x = 1/4$.

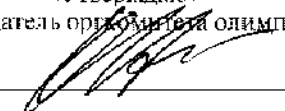
5. В правильный треугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный треугольник, в который вписан круг и так далее. Найдите сумму площадей всех кругов.

Председатель методической комиссии
 Обнинск, 20 марта 2010 г.


4

№ _____ Фамилия _____
регистрационный номер не заполнять.
 Имя _____
 Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
 Председатель оргкомитета олимпиады



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 4

1. Решите уравнение: $|x - 4| = 5 - |x - 2|$.
2. Решите уравнение: $6\operatorname{ctg}^2 x - \frac{17}{\sin x} + 16 = 0$.
3. Решите неравенство: $2\sqrt{x^2 - 3x + 3} > 2\sqrt{x}$.
4. Определите при каких значениях параметра d неравенство

$$\cos^2 x + 2d \sin x - d^2 < d - 2$$

выполняется при всех значениях x . Решите уравнение $\cos^2 x + 3 \sin x = 7/4$.

5. Дан правильный треугольник ABC со стороной a . Точки A_1, B_1 и C_1 лежат соответственно на отрезках AB, BC, CA и делят их в отношении $2 : 1$ ($AA_1/A_1B = BB_1/B_1C = CC_1/C_1A = 2/1$). Точки A_2, B_2 и C_2 лежат соответственно на отрезках A_1B_1, B_1C_1 и C_1A_1 и делят их в отношении $2 : 1$ и так далее. Найдите сумму площадей всех треугольников $A_k B_k C_k$, $k = 1, 2, 3, \dots$

Председатель методической комиссии
 Обнинск, 20 марта 2010 г.



1 № _____ Фамилия _____ не заполнять
регистрационный номер
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____ личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 1

1. Решите уравнение: $|x - 1| = 3 - |x - 2|$.
2. Решите уравнение: $3\operatorname{tg}^2 x - \frac{5}{\cos x} + 1 = 0$.
3. Решите неравенство: $\log_{0,3}(x^2 + x + 31) < \log_{0,3}(10x + 11)$.
4. Определите при каких значениях параметра a неравенство

$$a^2 + 2a - \sin^2 x - 2a \cos x > 2$$

выполняется при всех значениях x . Решите уравнение $\sin^2 x + \cos x = -3/4$.

5. В квадрат со стороной a вписан круг, в этот круг вписан квадрат, в который вписан круг и так далее. Найдите сумму площадей всех кругов.

Председатель методической комиссии
Снежинск, 22 марта 2010 г.

2 № _____ Фамилия _____ не заполнять
регистрационный номер
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____ личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заклучительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 2

1. Решите уравнение: $|x + 3| = 2 - |x + 4|$.
2. Решите уравнение: $6\operatorname{ctg}^2 x + \frac{11}{\sin x} - 4 = 0$.

3. Решите неравенство: $\left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{x+4}} > \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{x^2+3x+4}}$.

4. Определите при каких значениях параметра b неравенство

$$\cos^2 x + 2b \sin x - 2b < b^2 - 4$$

выполняется при всех значениях x . Решите уравнение $\cos^2 x + 2 \sin x = -1$.

5. Дан квадрат $ABCD$ со стороной a . Точки A_1 , B_1 , C_1 и D_1 лежат соответственно на отрезках AB , BC , CD и DA и делят их в отношении $2 : 1$ ($AA_1/A_1B = BB_1/B_1C = CC_1/C_1D = DD_1/D_1A = 2/1$). Точки A_2 , B_2 , C_2 и D_2 лежат соответственно на отрезках A_1B_1 , B_1C_1 , C_1D_1 и D_1A_1 и делят их в отношении $2 : 1$ и так далее. Найдите сумму площадей всех четырёхугольников $A_k B_k C_k D_k$, $k = 1, 2, 3, \dots$

Председатель методической комиссии
Снежинск, 22 марта 2010 г.

3

№ _____

регистрационный
номер

Фамилия _____

не заполнять

Имя _____

не заполнять

Школа № _____

Отчество _____

личная подпись

«Утверждаю»

Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 3

1. Решите уравнение: $|x + 2| = 4 - |x + 3|$.
2. Решите уравнение: $2\operatorname{tg}^2 x + \frac{7}{\cos x} + 5 = 0$.
3. Решите неравенство: $\log_3(x^2 - 7x + 12) < \log_3 20$.
4. Определите при каких значениях параметра c неравенство

$$c^2 + c - \sin^2 x - 2c \cos x > 1$$

выполняется при всех значениях x . Решите уравнение $\sin^2 x + \cos x = 1/4$.

5. В правильный треугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный треугольник, в который вписан круг и так далее. Найдите сумму площадей всех кругов.

Председатель методической комиссии
Снежинск, 22 марта 2010 г.

4

№ _____

регистрационный
номер

Фамилия _____

не заполнять

Имя _____

Школа № _____

Отчество _____

личная подпись

«Утверждаю»

Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заклучительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 4

1. Решите уравнение: $|x - 4| = 5 - |x - 2|$.
2. Решите уравнение: $6\operatorname{ctg}^2 x - \frac{17}{\sin x} + 16 = 0$.
3. Решите неравенство: $2^{\sqrt{x^2 - 3x + 3}} > 2^{\sqrt{x}}$.
4. Определите при каких значениях параметра d неравенство

$$\cos^2 x + 2d \sin x - d^2 < d - 2$$

выполняется при всех значениях x . Решите уравнение $\cos^2 x + 3 \sin x = 7/4$.

5. Дан правильный треугольник ABC со стороной a . Точки A_1, B_1 и C_1 лежат соответственно на отрезках AB, BC, CA и делят их в отношении $2 : 1$ ($AA_1/A_1B = BB_1/B_1C = CC_1/C_1A = 2/1$). Точки A_2, B_2 и C_2 лежат соответственно на отрезках A_1B_1, B_1C_1 и C_1A_1 и делят их в отношении $2 : 1$ и так далее. Найдите сумму площадей всех треугольников $A_k B_k C_k$, $k = 1, 2, 3, \dots$

Председатель методической комиссии
Снежинск, 22 марта 2010 г.

1 № _____ Фамилия _____
регистрационный номер не заполнять
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 1

1. Руда содержит 40% примесей, а выплавленный из неё металл — 4% примесей. Сколько металла получится из 24 тонн руды?
2. Решите уравнение: $8 \sin^4 x + 13 \cos 2x = 7$.
3. Решите неравенство: $\log_{0,3}(x^2 + x + 31) < \log_{0,3}(10x + 11)$.
4. Определите при каких значениях параметра a неравенство

$$a^2 + 2a - \sin^2 x - 2a \cos x > 2$$

выполняется при всех значениях x . Решите уравнение $\sin^2 x + \cos x = -3/4$.

5. У правильной треугольной пирамиды сторона основания равна a , а площадь боковой поверхности в 2 раза больше площади основания. Найдите сечение пирамиды, которое проходит через сторону основания и имеет минимальную площадь.

Председатель методической комиссии
Великие Луки, 25 марта 2010 г.

2 № _____ Фамилия _____
регистрационный номер не заполнять
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 2

1. Из 38 тонн сырья второго сорта, содержащего 25% примесей, после переработки получается 30 тонн сырья первого сорта. Каков процент примесей в сырье первого сорта?
2. Решите уравнение: $2 \cos^4 x + 1 = 3 \cos 2x$.
3. Решите неравенство: $\left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{x+4}} > \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{x^2+3x+4}}$.
4. Определите при каких значениях параметра b неравенство

$$\cos^2 x + 2b \sin x - 2b < b^2 - 4$$

выполняется при всех значениях x . Решите уравнение $\cos^2 x + 2 \sin x = -1$.

5. У правильного кругового конуса радиус основания равен R , а площадь боковой поверхности в 2 раза больше площади основания. Найдите сечение конуса, которое проходит через вершину конуса и имеет максимальную площадь.

Председатель методической комиссии
Великие Луки, 25 марта 2010 г.

3

№ _____ Фамилия _____
регистрационный номер не заполнять
 Имя _____
 Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
 Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 3

- Из 40 тонн руды выплавляют 20 тонн металла, содержащего 6% примесей. Каков процент примесей в руде?
- Решите уравнение: $4 \sin^4 x + 7 \cos 2x = 1$.
- Решите неравенство: $\log_3(x^2 - 7x + 12) < \log_3 20$.
- Определите при каких значениях параметра c неравенство

$$c^2 + c - \sin^2 x - 2c \cos x > 1$$

выполняется при всех значениях x . Решите уравнение $\sin^2 x + \cos x = 1/4$.

- У правильной треугольной пирамиды сторона основания равна a , а площадь боковой поверхности в $\sqrt{2}$ раза больше площади основания. Найдите сечение пирамиды, которое проходит через сторону основания и имеет минимальную площадь.

Председатель методической комиссии
 Великие Луки, 25 марта 2010 г.

4

№ _____ Фамилия _____
регистрационный номер не заполнять
 Имя _____
 Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
 Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 4

- Свежие фрукты содержат 72% воды, а сухие — 20% воды. Сколько сухих фруктов получится из 20 кг свежих фруктов?
- Решите уравнение: $8 \cos^4 x = 11 \cos 2x - 1$.
- Решите неравенство: $2^{\sqrt{x^2 - 3x + 3}} > 2^{\sqrt{x}}$.
- Определите при каких значениях параметра d неравенство

$$\cos^2 x + 2d \sin x - d^2 < d - 2$$

выполняется при всех значениях x . Решите уравнение $\cos^2 x + 3 \sin x = 7/4$.

- У правильного кругового конуса радиус основания равен R , а площадь боковой поверхности в $4/3$ раза больше площади основания. Найдите сечение конуса, которое проходит через вершину конуса и имеет максимальную площадь.

Председатель методической комиссии
 Великие Луки, 25 марта 2010 г.

1 № _____ Фамилия _____
регистрационный номер _____ не заполнять
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 1

1. Решите уравнение: $\frac{\cos 2\pi x - \cos 5\pi x}{|3x^2 - 2x - 1| - |3x + 1|} = 0$.
2. Решите уравнение: $|\sqrt{5 - 2x} - \sqrt{x + 2}| = \sqrt{x + 2} - \sqrt{5 - 2x}$.
3. Решите неравенство: $\arccos(1 - \sqrt{x^2 - 6x + 13}) \geq 0$.
4. Определите при каких значениях параметра a неравенство $\log \sqrt{\frac{2x-1}{x+2}} 3 \geq \geq \log \frac{2x-1}{x+2} a$ выполняется при всех значениях $x \in [1; 2]$.
5. Около сферы радиуса R описана правильная треугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 1,5 раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) площадь верхнего основания пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и не пересекающей верхнего основания пирамиды.

Председатель методической комиссии
Балаково, 29 марта 2010 г.

2 № _____ Фамилия _____
регистрационный номер _____ не заполнять
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 2

1. Решите уравнение: $\frac{\sin 3\pi x + \sin 5\pi x}{|2x^2 - 2x - 7| - |x - 5|} = 0$.
2. Решите уравнение: $|\sqrt{2x + 3} - \sqrt{7 - 3x}| = \sqrt{2x + 3} - \sqrt{7 - 3x}$.
3. Решите неравенство: $\arcsin(\sqrt{4x - x^2 + 5} - 3) \geq 0$.
4. Определите при каких значениях параметра a неравенство $\log \left| \frac{x}{3} + 1 \right| 5 \geq \geq \log \left| \frac{x}{3} + 1 \right| a$ не выполняется ни при каких значениях $x \in [2; 3]$.
5. Около сферы радиуса R описана правильная четырёхугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 2 раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) площадь боковой грани пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через диагональ нижнего основания и не пересекающей верхнего основания пирамиды.

Председатель методической комиссии
Балаково, 29 марта 2010 г.

3 № _____ Фамилия _____
регистрационный номер _____ не заполнять
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 3

1. Решите уравнение: $\frac{\cos 4\pi x + \cos 6\pi x}{|2x^2 - 3x - 3| - |2x - 5|} = 0$.
2. Решите уравнение: $|\sqrt{3x - 4} - \sqrt{2x + 1}| = \sqrt{2x + 1} - \sqrt{3x - 4}$.
3. Решите неравенство: $\arccos(\sqrt{x^2 + 13x + 1} - 6) \leq 0$.
4. Определите при каких значениях параметра a неравенство $\log_{\frac{7-2x}{x+4}} a \geq \log_{\sqrt{\frac{7-2x}{x+4}}} 2$ не выполняется ни при каких значениях $x \in [2; 3]$.
5. Около сферы радиуса R описана правильная треугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в $\frac{4}{3}$ раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) объём пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и не пересекающей верхнего основания пирамиды.

Председатель методической комиссии
Балаково, 29 марта 2010 г.

4 № _____ Фамилия _____
регистрационный номер _____ не заполнять
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 4

1. Решите уравнение: $\frac{\sin 7\pi x - \sin 3\pi x}{|2x^2 + 2x - 1| - |3x + 2|} = 0$.
2. Решите уравнение: $|\sqrt{10 - x} - \sqrt{2x + 1}| = \sqrt{10 - x} - \sqrt{2x + 1}$.
3. Решите неравенство: $\arcsin(\sqrt{x^2 + 10x + 34} - 2) \geq \pi/2$.
4. Определите при каких значениях параметра a неравенство $\log_{\frac{x}{4}-3} 5 \geq \log_{\frac{x}{4}-3} a$ выполняется при всех значениях $x \in [13; 15]$.
5. Около сферы радиуса R описана правильная четырёхугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 1,5 раза больше стороны верхнего основания. Найдите а) площадь нижнего основания пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через диагональ нижнего основания и не пересекающей верхнего основания пирамиды.

Председатель методической комиссии
Балаково, 29 марта 2010 г.

1 № _____ Фамилия _____ не записывать
регистрационный номер
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____ личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 1

1. Решите уравнение: $\frac{\cos 2\pi x - \cos 5\pi x}{|3x^2 - 2x - 1| - |3x + 1|} = 0$.
2. Решите уравнение: $|\sqrt{5 - 2x} - \sqrt{x + 2}| = \sqrt{x + 2} - \sqrt{5 - 2x}$.
3. Решите неравенство: $\arccos(1 - \sqrt{x^2 - 6x + 13}) \geq 0$.
4. Определите при каких значениях параметра a неравенство $\log \sqrt{\frac{2x-1}{x+2}} 3 \geq \geq \log \frac{2x-1}{x+2}$ выполняется при всех значениях $x \in [1; 2]$.
5. Около сферы радиуса R описана правильная треугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 1,5 раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) площадь верхнего основания пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и не пересекающей верхнего основания пирамиды.

Председатель методической комиссии
Алматы, 30 марта 2010 г.

2 № _____ Фамилия _____ не записывать
регистрационный номер
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____ личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 2

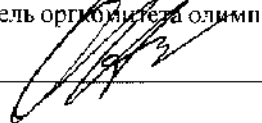
1. Решите уравнение: $\frac{\sin 3\pi x + \sin 5\pi x}{|2x^2 - 2x - 7| - |x - 5|} = 0$.
2. Решите уравнение: $|\sqrt{2x + 3} - \sqrt{7 - 3x}| = \sqrt{2x + 3} - \sqrt{7 - 3x}$.
3. Решите неравенство: $\arcsin(\sqrt{4x - x^2 + 5} - 3) \geq 0$.
4. Определите при каких значениях параметра a неравенство $\log \left| \frac{x}{3} + 1 \right| 5 \geq \geq \log \left| \frac{x}{3} + 1 \right|$ выполняется ни при каких значениях $x \in [2; 3]$.
5. Около сферы радиуса R описана правильная четырёхугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 2 раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) площадь боковой грани пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через диагональ нижнего основания и не пересекающей верхнего основания пирамиды.

Председатель методической комиссии
Алматы, 30 марта 2010 г.

3

№ _____ Фамилия _____
регистрационный номер не заполнять
 Имя _____
 Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
 Председатель оргкомитета олимпиады



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 3

1. Решите уравнение: $\frac{\cos 4\pi x + \cos 6\pi x}{|2x^2 - 3x - 3| - |2x - 5|} = 0$.
2. Решите уравнение: $|\sqrt{3x - 4} - \sqrt{2x + 1}| = \sqrt{2x + 1} - \sqrt{3x - 4}$.
3. Решите неравенство: $\arccos(\sqrt{x^2 + 13x + 1} - 6) \leq 0$.
4. Определите при каких значениях параметра a неравенство $\log_{\frac{7-2x}{x+4}} a \geq \geq \log_{\sqrt{\frac{7-2x}{x+4}}} 2$ не выполняется ни при каких значениях $x \in [2; 3]$.
5. Около сферы радиуса R описана правильная треугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в $\frac{4}{3}$ раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) объём пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и не пересекающей верхнего основания пирамиды.

Председатель методической комиссии
 Алматы, 30 марта 2010 г.


4

№ _____ Фамилия _____
регистрационный номер не заполнять
 Имя _____
 Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
 Председатель оргкомитета олимпиады




Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 4

1. Решите уравнение: $\frac{\sin 7\pi x - \sin 3\pi x}{|2x^2 + 2x - 1| - |3x + 2|} = 0$.
2. Решите уравнение: $|\sqrt{10 - x} - \sqrt{2x + 1}| = \sqrt{10 - x} - \sqrt{2x + 1}$.
3. Решите неравенство: $\arcsin(\sqrt{x^2 + 10x + 34} - 2) \geq \pi/2$.
4. Определите при каких значениях параметра a неравенство $\log_{\left|\frac{x}{4} - 3\right|} 5 \geq \geq \log_{\left|\frac{x}{4} - 3\right|} a$ выполняется при всех значениях $x \in [13; 15]$.
5. Около сферы радиуса R описана правильная четырёхугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 1,5 раза больше стороны верхнего основания. Найдите а) площадь нижнего основания пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через диагональ нижнего основания и не пересекающей верхнего основания пирамиды.

Председатель методической комиссии
 Алматы, 30 марта 2010 г.



1 № _____ Фамилия _____ не заполнять
регистрационный номер
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____ личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 1

1. Решите неравенство: $\frac{\sqrt{x-1} - \sqrt{9-2x}}{\sqrt{x+2}} \leq 0$.
2. Решите уравнение: $6 \cos x - 1 = \sqrt{7 - 6 \cos x}$.
3. Найдите все положительные решения неравенства $x^{4x^2-12x+5} > 1$.
4. Найдите все значения параметра a при которых неравенство $2 + \frac{a}{x-2} - \frac{5}{x+1} < 0$ имеет ровно два целочисленных решения $x = 0$ и $x = 3$.
5. Около сферы радиуса R описана правильная треугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 1,5 раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) площадь верхнего основания пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и не пересекающей верхнего основания пирамиды.

Председатель методической комиссии
Волгодонск, 1 апреля 2010 г.

2 № _____ Фамилия _____ не заполнять
регистрационный номер
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____ личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 2

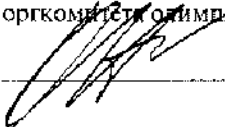
1. Решите неравенство: $\frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{8-x}}{\sqrt{3-x}} > 0$.
2. Решите уравнение: $2 - 4 \sin x = \sqrt{7 - 8 \sin x}$.
3. Найдите все положительные решения неравенства $x^{11x-6x^2-1} > 1$.
4. Найдите все значения параметра a при которых неравенство $16 + \frac{a}{x+3} + \frac{7}{x-1} \geq 0$ выполняется для всех целых значений x , кроме $x = -3$ и $x = 1$.
5. Около сферы радиуса R описана правильная четырёхугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 2 раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) площадь боковой грани пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через диагональ нижнего основания и не пересекающей верхнего основания пирамиды.

Председатель методической комиссии
Волгодонск, 1 апреля 2010 г.

3

№ _____ Фамилия _____
регистрационный номер не заполнять
 Имя _____
 Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
 Председатель оргкомитета олимпиады



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 3

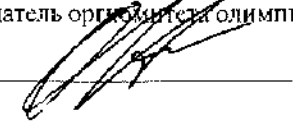
1. Решите неравенство: $\frac{\sqrt{4-3x} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+4}} > 0$.
2. Решите уравнение: $6 \cos x + 3 = \sqrt{3} \cos x + 3$.
3. Найдите все положительные решения неравенства $x^{4x^2-11x+6} \geq 1$.
4. Найдите все значения параметра a при которых неравенство $10 + \frac{2}{x+2} + \frac{a}{x-3} < 0$ имеет ровно одно целочисленное решение $x = 4$.
5. Около сферы радиуса R описана правильная треугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в $\frac{4}{3}$ раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) объём пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и не пересекающей верхнего основания пирамиды.

Председатель методической комиссии
 Волгоград, 1 апреля 2010 г.


4

№ _____ Фамилия _____
регистрационный номер не заполнять
 Имя _____
 Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
 Председатель оргкомитета олимпиады



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 4

1. Решите неравенство: $\frac{\sqrt{x+5} \cdot \sqrt{-2-x}}{\sqrt{3-2x}} \geq 0$.
2. Решите уравнение: $1 - 6 \sin x = \sqrt{4 - 9 \sin x}$.
3. Найдите все положительные решения неравенства $x^{14x-3x^2-8} > 1$.
4. Найдите все значения параметра a при которых неравенство $2 + \frac{a}{x-2} - \frac{3}{x+4} > 0$ выполняется для всех целых значений x , кроме $x = -4$, $x = -3$ и $x = 2$.
5. Около сферы радиуса R описана правильная четырёхугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 1,5 раза больше стороны верхнего основания. Найдите а) площадь нижнего основания пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через диагональ нижнего основания и не пересекающей верхнего основания пирамиды.

Председатель методической комиссии
 Волгоград, 1 апреля 2010 г.



1 № _____ Фамилия _____
регистрационный номер _____ не заполнять
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 1

1. Решите уравнения: а) $\frac{2x-2}{x+1} - \frac{3x+1}{4x-2} = 0$, б) $\sqrt{1-x} \left(\frac{2x-2}{x+1} - \frac{3x+1}{4x-2} \right) = 0$.
2. Решите неравенство: $\frac{2}{\sin^2 x} - \frac{3}{\sin x} + 1 \leq 0$.
3. Решите неравенство: $\log_{(x+2)^2} \left(\frac{x+2}{x-2} \right)^4 - 8 \log_{x+3} (4-x^2) \leq -20$.
4. Найдите все значения параметра a при которых неравенство $2 + \frac{a}{x-2} - \frac{5}{x+1} < 0$ имеет ровно два целочисленных решения $x = 0$ и $x = 3$.
5. В основании прямоугольного параллелепипеда лежит квадрат со стороной $a = 4$. Через точку, равноудалённую от всех вершин параллелепипеда проведено сечение, параллельное диагонали основания параллелепипеда и пересекающее его верхнее основание. Найдите максимально возможную площадь сечения, если боковое ребро параллелепипеда равно $b = 2\sqrt{3}$.

Председатель методической комиссии
Томск, 4 апреля 2010 г.

2 № _____ Фамилия _____
регистрационный номер _____ не заполнять
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заклучительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 2

1. Решите уравнения: а) $\frac{x+5}{x+1} - \frac{2x+5}{x+13} = 0$, б) $\sqrt{x-10} \left(\frac{x+5}{x+1} - \frac{2x+5}{x+13} \right) = 0$.
2. Решите неравенство: $\frac{3}{\cos^2 x} + \frac{2}{\cos x} - 1 \leq 0$.
3. Решите неравенство: $\log_{(x-3)^2} (9-x^2) - \frac{3}{2} \log_3 \cdot x \left| \frac{x+3}{x-3} \right| \leq \frac{3}{4}$.
4. Найдите все значения параметра a при которых неравенство $16 + \frac{a}{x+3} + \frac{7}{x-1} \geq 0$ выполняется для всех целых значений x , кроме $x = -3$ и $x = 1$.
5. В правильной треугольной призме $ABC A' B' C'$ точки O и O' — центры нижнего и верхнего оснований соответственно. Точка M делит отрезок OO' в отношении $OM : MO' = 2 : 1$. Через точку M параллельно отрезку AB проведено сечение, пересекающее верхнее и нижнее основания по отрезкам $P'Q'$ и PQ соответственно, $P'Q' > PQ$. Найдите максимально возможную площадь сечения, если $AB = 6$ и $OO' = \sqrt{30}$.

Председатель методической комиссии
Томск, 4 апреля 2010 г.

3

№ _____ Фамилия _____
регистрационный номер Имя _____ не заполнять
 Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
 Председатель оргкомитета олимпиады



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 3

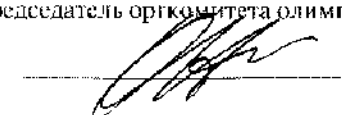
1. Решите уравнения: а) $\frac{x+5}{2x+5} - \frac{1-x}{x+1} = 0$, б) $\sqrt{x+2} \left(\frac{x+5}{2x+5} - \frac{1-x}{x+1} \right) = 0$.
2. Решите неравенство: $\frac{5}{\sin^2 x} + \frac{6}{\sin x} + 1 \leq 0$.
3. Решите неравенство: $2 \log_{(x+4)^4} \left(\frac{x-4}{x+4} \right)^2 - \log_{x+4}(16-x^2) \leq -\frac{5}{2}$.
4. Найдите все значения параметра a при которых неравенство $10 + \frac{2}{x+2} + \frac{a}{x-3} < 0$ имеет ровно одно целочисленное решение $x = 4$.
5. В основании прямоугольного параллелепипеда лежит квадрат со стороной $a = 6$. Через точку, равноудалённую от всех вершин параллелепипеда проведено сечение, параллельное диагонали основания параллелепипеда и пересекающее его верхнее основание. Найдите максимально возможную площадь сечения, если боковое ребро параллелепипеда равно $b = 2\sqrt{15}$.

Председатель методической комиссии
 Томск, 4 апреля 2010 г.


4

№ _____ Фамилия _____
регистрационный номер Имя _____ не заполнять
 Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
 Председатель оргкомитета олимпиады



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 4

1. Решите уравнения: а) $\frac{x-5}{3x-2} + \frac{4x-2}{x+6} = 0$, б) $\sqrt{1-x} \left(\frac{x-5}{3x-2} + \frac{4x-2}{x+6} \right) = 0$.
2. Решите неравенство: $\frac{4}{\cos^2 x} + \frac{3}{\cos x} - 1 \leq 0$.
3. Решите неравенство: $\frac{1}{2} \log_{5x^2-2x+1} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^4 - 4 \log_{1-x}(1-x^2) \leq -10$.
4. Найдите все значения параметра a при которых неравенство $2 + \frac{a}{x-2} - \frac{3}{x+4} > 0$ выполняется для всех целых значений x , кроме $x = -4$, $x = -3$ и $x = 2$.
5. В правильной треугольной призме $ABCA'B'C'$ точки O и O' — центры нижнего и верхнего оснований соответственно. Точка M делит отрезок OO' в отношении $OM : MO' = 2 : 1$. Через точку M параллельно отрезку AB проведено сечение, пересекающее верхнее и нижнее основания по отрезкам $P'Q'$ и PQ соответственно, $P'Q' > PQ$. Найдите максимально возможную площадь сечения, если $AB = 6$ и $OO' = 4\sqrt{3}$.

Председатель методической комиссии
 Томск, 4 апреля 2010 г.



1 № _____ Фамилия _____
регистрационный номер не заполнять
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 1

1. Решите уравнения: а) $\frac{2x-2}{x+1} - \frac{3x+1}{4x-2} = 0$, б) $\sqrt{1-x} \left(\frac{2x-2}{x+1} - \frac{3x+1}{4x-2} \right) = 0$.
2. Решите неравенство: $\frac{2}{\sin^2 x} - \frac{3}{\sin x} + 1 \leq 0$.
3. Решите неравенство: $\log_{(x+2)^2} \left(\frac{x+2}{x-2} \right)^4 - 8 \log_{x+2} (4-x^2) \leq -20$.
4. Найдите все значения параметра a при которых неравенство $2 + \frac{a}{x-2} - \frac{5}{x+1} < 0$ имеет ровно два целочисленных решения $x = 0$ и $x = 3$.
5. В основании прямоугольного параллелепипеда лежит квадрат со стороной $a = 4$. Через точку, равноудаленную от всех вершин параллелепипеда проведено сечение, параллельное диагонали основания параллелепипеда и пересекающее его верхнее основание. Найдите максимально возможную площадь сечения, если боковое ребро параллелепипеда равно $b = 2\sqrt{3}$.

Председатель методической комиссии
Северск, 4 апреля 2010 г.

2 № _____ Фамилия _____
регистрационный номер не заполнять
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 2

1. Решите уравнения: а) $\frac{x+5}{x+1} - \frac{2x+5}{x+13} = 0$, б) $\sqrt{x-10} \left(\frac{x+5}{x+1} - \frac{2x+5}{x+13} \right) = 0$.
2. Решите неравенство: $\frac{3}{\cos^2 x} + \frac{2}{\cos x} - 1 \leq 0$.
3. Решите неравенство: $\log_{(x-3)^2} (9-x^2) - \frac{3}{2} \log_{3-x} \left| \frac{x+3}{x-3} \right| \leq \frac{3}{4}$.
4. Найдите все значения параметра a при которых неравенство $16 + \frac{a}{x+3} + \frac{7}{x-1} \geq 0$ выполняется для всех целых значений x , кроме $x = -3$ и $x = 1$.
5. В правильной треугольной призме $ABCA'B'C'$ точки O и O' — центры нижнего и верхнего оснований соответственно. Точка M делит отрезок OO' в отношении $OM : MO' = 2 : 1$. Через точку M параллельно отрезку AB проведено сечение, пересекающее верхнее и нижнее основания по отрезкам $P'Q'$ и PQ соответственно, $P'Q' > PQ$. Найдите максимально возможную площадь сечения, если $AB = 6$ и $OO' = \sqrt{30}$.

Председатель методической комиссии
Северск, 4 апреля 2010 г.

3

№ _____

регистрационный
номер

Фамилия _____

не заполнять

Имя _____

Школа № _____

Отчество _____

личная подпись

«Утверждаю»

Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 3

1. Решите уравнения: а) $\frac{x+5}{2x+5} - \frac{1-x}{x+1} = 0$, б) $\sqrt{x+2} \left(\frac{x+5}{2x+5} - \frac{1-x}{x+1} \right) = 0$.
2. Решите неравенство: $\frac{5}{\sin^2 x} + \frac{6}{\sin x} + 1 \leq 0$.
3. Решите неравенство: $2 \log_{(x+4)^4} \left(\frac{x-4}{x+4} \right)^2 - \log_{x+4}(16-x^2) \leq -\frac{5}{2}$.
4. Найдите все значения параметра a при которых неравенство $10 + \frac{2}{x+2} + \frac{a}{x-3} < 0$ имеет ровно одно целочисленное решение $x = 4$.
5. В основании прямоугольного параллелепипеда лежит квадрат со стороной $a = 6$. Через точку, равноудалённую от всех вершин параллелепипеда проведено сечение, параллельное диагонали основания параллелепипеда и пересекающее его верхнее основание. Найдите максимально возможную площадь сечения, если боковое ребро параллелепипеда равно $b = 2\sqrt{15}$.

Председатель методической комиссии
Северск, 4 апреля 2010 г.

4

№ _____

регистрационный
номер

Фамилия _____

не заполнять

Имя _____

Школа № _____

Отчество _____

личная подпись

«Утверждаю»

Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 4

1. Решите уравнения: а) $\frac{x-5}{3x-2} + \frac{4x-2}{x+6} = 0$, б) $\sqrt{1-x} \left(\frac{x-5}{3x-2} + \frac{4x-2}{x+6} \right) = 0$.
2. Решите неравенство: $\frac{4}{\cos^2 x} + \frac{3}{\cos x} - 1 \leq 0$.
3. Решите неравенство: $\frac{1}{2} \log_{x^2-2x+1} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^4 - 4 \log_{1-x}(1-x^2) \leq -10$.
4. Найдите все значения параметра a при которых неравенство $2 + \frac{a}{x-2} - \frac{3}{x+4} > 0$ выполняется для всех целых значений x , кроме $x = -4$, $x = -3$ и $x = 2$.
5. В правильной треугольной призме $ABCA'B'C'$ точки O и O' — центры нижнего и верхнего оснований соответственно. Точка M делит отрезок OO' в отношении $OM : MO' = 2 : 1$. Через точку M параллельно отрезку AB проведено сечение, пересекающее верхнее и нижнее основания по отрезкам $P'Q'$ и PQ соответственно, $P'Q' > PQ$. Найдите максимально возможную площадь сечения, если $AB = 6$ и $OO' = 4\sqrt{3}$.

Председатель методической комиссии
Северск, 4 апреля 2010 г.

1 № _____
регистрационный номер
Фамилия _____
Имя _____
Школа № _____
Отчество _____
не заполнять
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 1

1. Решите неравенство: $\log_{3/2}^2 x + \log_{3/2} x - 6 \geq 0$.
2. Решите: а) уравнение $|x + 3| + |2x - 5| = 8$;
б) неравенство $\sqrt{x-1}(|x+3| + |2x-5| - 8) \leq 0$.
3. Решите уравнение: $\cos 2x = 4(\sin^3 2x - \sin 2x)$.
4. Определите при каких значениях параметра a неравенство $\log \sqrt{\frac{2x-1}{x+2}} 3 \geq \log \frac{2x-1}{x+2} a$ выполняется при всех значениях $x \in [1; 2]$.
5. Около сферы радиуса R описана правильная треугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 1,5 раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) площадь верхнего основания пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и не пересекающей верхнего основания пирамиды.

Председатель методической комиссии
Мирный, 10 апреля 2010 г.

2 № _____
регистрационный номер
Фамилия _____
Имя _____
Школа № _____
Отчество _____
не заполнять
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заклучительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 2

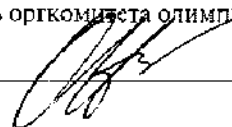
1. Решите неравенство: $\log_{1/3}^2 x - 3 \log_{1/3} x - 4 \leq 0$.
2. Решите: а) уравнение $|2x + 7| - |x + 1| = 3$;
б) неравенство $\sqrt{x+4}(|2x+7| - |x+1| - 3) \leq 0$.
3. Решите уравнение: $\sin 4x = 2\sqrt{2}(\cos 4x - \cos^3 4x)$.
4. Определите при каких значениях параметра a неравенство $\log \left| \frac{x}{3} + 1 \right| 5 \geq \log \left| \frac{x}{3} + 1 \right| a$ не выполняется ни при каких значениях $x \in [2; 3]$.
5. Около сферы радиуса R описана правильная четырёхугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 2 раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) площадь боковой грани пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через диагональ нижнего основания и не пересекающей верхнего основания пирамиды.

Председатель методической комиссии
Мирный, 10 апреля 2010 г.

3

№ _____ Фамилия _____ не выполнять
 регистрационный номер
 Имя _____
 Школа № _____ Отчество _____ личная подпись

«Утверждаю»
 Председатель оргкомитета олимпиады

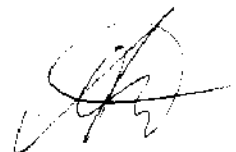


Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 3

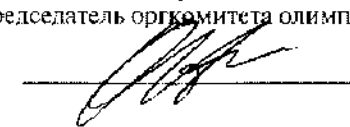
1. Решите неравенство: $\log_{4/3}^2 x + 3 \log_{4/3} x + 2 \geq 0$.
2. Решите: а) уравнение $|3x + 4| + |x - 2| = 9$,
 б) неравенство $\sqrt{3-x}(|3x + 4| + |x - 2| - 9) \geq 0$.
3. Решите уравнение: $\sqrt{3} \cos 3x = 4(\sin 3x - \sin^3 3x)$.
4. Определите при каких значениях параметра a неравенство $\log_{\frac{7-2x}{x+4}} a \geq \log_{\sqrt{\frac{7-2x}{x+4}}} 2$ не выполняется ни при каких значениях $x \in [2; 3]$.
5. Около сферы радиуса R описана правильная треугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в $4/3$ раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) объём пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и не пересекающей верхнего основания пирамиды.

Председатель методической комиссии
 Мирный, 10 апреля 2010 г.


4

№ _____ Фамилия _____ не выполнять
 регистрационный номер
 Имя _____
 Школа № _____ Отчество _____ личная подпись

«Утверждаю»
 Председатель оргкомитета олимпиады



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 4

1. Решите неравенство: $\log_{1/2}^2 x + \log_{1/2} x - 12 \geq 0$.
2. Решите: а) уравнение $|3x - 8| + |x + 2| = 12$,
 б) неравенство $\sqrt{-x-1}(|3x - 8| + |x + 2| - 12) \geq 0$.
3. Решите уравнение: $\sqrt{2} \sin x = 4(\cos x - \cos^3 x)$.
4. Определите при каких значениях параметра a неравенство $\log_{\frac{x}{4}-3} |5| \geq \log_{\frac{x}{4}-3} |a|$ выполняется при всех значениях $x \in [13; 15]$.
5. Около сферы радиуса R описана правильная четырёхугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 1,5 раза больше стороны верхнего основания. Найдите а) площадь нижнего основания пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через диагональ нижнего основания и не пересекающей верхнего основания пирамиды.

Председатель методической комиссии
 Мирный, 10 апреля 2010 г.



1 № _____ Фамилия _____
регистрационный номер _____ не заполнять
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись _____

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 1

1. Решите неравенства: а) $|x + 3| + |2x - 5| \leq 8$;
б) $\frac{1}{\sqrt{x-1}}(|x + 3| + |2x - 5| - 8) \leq 0$.
2. Решите уравнение: $2^{x^2+7x+12} = 5^{x+3}$.
3. Решите неравенство: $\log_{(x+2)^2}^2 \left(\frac{x+2}{x-2}\right)^4 - 8 \log_{x+2}(4-x^2) \leq -20$.
4. Определите при каких значениях параметра a неравенство

$$a^2 + 2a - \sin^2 x - 2a \cos x > 2$$

выполняется при всех значениях x . Решите уравнение $\sin^2 x + \cos x = 1/4$.

5. Около сферы радиуса R описана правильная треугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 1,5 раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) площадь верхнего основания пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, которая проходит через сторону нижнего основания и пересекает верхнее основание пирамиды.

Председатель методической комиссии
Саров, 10 апреля 2010 г.

2 № _____ Фамилия _____
регистрационный номер _____ не заполнять
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись _____

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 2

1. Решите неравенства: а) $|2x + 7| - |x + 1| \leq 3$;
б) $\frac{1}{\sqrt{x+4}}(|2x + 7| - |x + 1| - 3) \leq 0$.
2. Решите уравнение: $7^{x^2+3x-10} = 3^{x+5}$.
3. Решите неравенство: $\log_{(x-3)^2}^2(9-x^2) - \frac{3}{2} \log_{3-x} \left| \frac{x+3}{x-3} \right| \leq \frac{3}{4}$.
4. Определите при каких значениях параметра b неравенство

$$\cos^2 x + 2b \sin x - 2b < b^2 - 4$$

выполняется при всех значениях x . Решите уравнение $\cos^2 x + 2 \sin x = 7/4$.

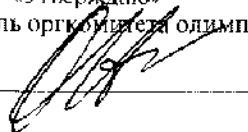
5. Около сферы радиуса R описана правильная четырёхугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 2 раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) площадь боковой грани пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, которая проходит через диагональ нижнего основания и пересекает верхнее основание пирамиды.

Председатель методической комиссии
Саров, 10 апреля 2010 г.

3

№ _____ Фамилия _____
регистрационный номер Имя _____
не заполнять
 Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
 Председатель организатора олимпиады



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 3

- Решите неравенства: а) $|3x + 4| + |x - 2| \geq 9$,
 б) $\frac{1}{\sqrt{3-x}}(|3x + 4| + |x - 2| - 9) \geq 0$.
- Решите уравнение: $4^{x^2+5x+6} = 5^{x+2}$.
- Решите неравенство: $2\log_{(x+4)^4}\left(\frac{x-4}{x+4}\right)^2 - \log_{x+4}(16-x^2) \leq -\frac{5}{2}$.
- Определите при каких значениях параметра c неравенство

$$c^2 + c - \sin^2 x - 2c \cos x > 1$$

выполняется при всех значениях x . Решите уравнение $\sin^2 x + 2 \cos x = -1/4$.

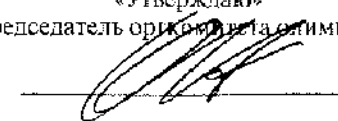
- Около сферы радиуса R описана правильная треугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в $4/3$ раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) объём пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, которая проходит через сторону нижнего основания и пересекает верхнее основание пирамиды.

Председатель методической комиссии
 Саров, 10 апреля 2010 г.


4

№ _____ Фамилия _____
регистрационный номер Имя _____
не заполнять
 Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
 Председатель организатора олимпиады



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 4

- Решите неравенства: а) $|3x - 8| + |x + 2| \geq 12$,
 б) $\frac{1}{\sqrt{-x-1}}(|3x - 8| + |x + 2| - 12) \geq 0$.
- Решите уравнение: $8^{x^2-8x+15} = 4^{x-5}$.
- Решите неравенство: $\frac{1}{2} \log_{x^2-2x+1}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^4 - 4 \log_{1-x}(1-x^2) \leq -10$.
- Определите при каких значениях параметра d неравенство

$$\cos^2 x + 2d \sin x - d^2 < d - 2$$

выполняется при всех значениях x . Решите уравнение $\cos^2 x + 3 \sin x = 9/4$.

- Около сферы радиуса R описана правильная четырёхугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 1,5 раза больше стороны верхнего основания. Найдите а) площадь нижнего основания пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, которая проходит через диагональ нижнего основания и пересекает верхнее основание пирамиды.

Председатель методической комиссии
 Саров, 10 апреля 2010 г.



1 № _____ Фамилия _____ не заполнять
регистрационный номер _____
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 1

1. Решите неравенства: а) $|x + 3| + |2x - 5| \leq 8$;
б) $\frac{1}{\sqrt{x-1}}(|x + 3| + |2x - 5| - 8) \leq 0$.
2. Решите уравнение: $2^{x^2+7x+12} = 5^{x+3}$.
3. Решите неравенство: $\log_{5^{(x+2)^2}} \left(\frac{x+2}{x-2} \right)^4 - 8 \log_{x+2}(4-x^2) \leq -20$.
4. Определите при каких значениях параметра a неравенство

$$a^2 + 2a - \sin^2 x - 2a \cos x > 2$$

выполняется при всех значениях x . Решите уравнение $\sin^2 x + \cos x = 1/4$.

5. Около сферы радиуса R описана правильная треугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 1,5 раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) площадь верхнего основания пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, которая проходит через сторону нижнего основания и пересекает верхнее основание пирамиды.

Председатель методической комиссии
Смоленск, 10 апреля 2010 г.

2 № _____ Фамилия _____ не заполнять
регистрационный номер _____
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 2

1. Решите неравенства: а) $|2x + 7| - |x + 1| \leq 3$;
б) $\frac{1}{\sqrt{x+4}}(|2x + 7| - |x + 1| - 3) \leq 0$.
2. Решите уравнение: $7^{x^2+3x-10} = 3^{x+5}$.
3. Решите неравенство: $\log_{(x-3)^2}^2(9-x^2) - \frac{3}{2} \log_{x-3} \left| \frac{x+3}{x-3} \right| \leq \frac{3}{4}$.
4. Определите при каких значениях параметра b неравенство

$$\cos^2 x + 2b \sin x - 2b < b^2 - 4$$

выполняется при всех значениях x . Решите уравнение $\cos^2 x + 2 \sin x = 7/4$.

5. Около сферы радиуса R описана правильная четырёхугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 2 раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) площадь боковой грани пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, которая проходит через диагональ нижнего основания и пересекает верхнее основание пирамиды.

Председатель методической комиссии
Смоленск, 10 апреля 2010 г.

3

№ _____ Фамилия _____ не заполнять
 регистрационный номер _____
 Имя _____
 Школа № _____ Отчество _____ личная подпись

«Утверждаю»
 Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 3

- Решите неравенства: а) $|3x + 4| + |x - 2| \geq 9$,
 б) $\frac{1}{\sqrt{3-x}}(|3x + 4| + |x - 2| - 9) \geq 0$.
- Решите уравнение: $4^{x^2+5x+6} = 5^{x+2}$.
- Решите неравенство: $2 \log_{(x+4)}^2 \left(\frac{x-4}{x+4}\right) - \log_{x+4}(16-x^2) \leq -\frac{5}{2}$.
- Определите при каких значениях параметра c неравенство

$$c^2 + c - \sin^2 x - 2c \cos x > 1$$

выполняется при всех значениях x . Решите уравнение $\sin^2 x + 2 \cos x = -1/4$.

- Около сферы радиуса R описана правильная треугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в $4/3$ раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) объём пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, которая проходит через сторону нижнего основания и пересекает верхнее основание пирамиды.

Председатель методической комиссии
 Смоленск, 10 апреля 2010 г.

4

№ _____ Фамилия _____ не заполнять
 регистрационный номер _____
 Имя _____
 Школа № _____ Отчество _____ личная подпись

«Утверждаю»
 Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 4

- Решите неравенства: а) $|3x - 8| + |x + 2| \geq 12$,
 б) $\frac{1}{\sqrt{-x-1}}(|3x - 8| + |x + 2| - 12) \geq 0$.
- Решите уравнение: $8^{x^2-8x+15} = 4^{x-5}$.
- Решите неравенство: $\frac{1}{2} \log_{x^2-2x+1}^2 \left(\frac{x-1}{x+1}\right) - 4 \log_{1-x}(1-x^2) \leq -10$.
- Определите при каких значениях параметра d неравенство

$$\cos^2 x + 2d \sin x - d^2 < d - 2$$

выполняется при всех значениях x . Решите уравнение $\cos^2 x + 3 \sin x = 9/4$.

- Около сферы радиуса R описана правильная четырёхугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 1,5 раза больше стороны верхнего основания. Найдите а) площадь нижнего основания пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, которая проходит через диагональ нижнего основания и пересекает верхнее основание пирамиды.

Председатель методической комиссии
 Смоленск, 10 апреля 2010 г.

1 № _____ Фамилия _____
регистрационный номер _____ не заполнять
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 1

1. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4x^2 \geq 25, \\ |x + 1| \leq 3,5. \end{cases}$$

2. Решите уравнение: $(x^2 - 25)(2 \log_4^2(3 - x) - 3 \log_4 2(3 - x) - 0,5) = 0$.

3. Решите уравнение: $\frac{\sqrt{3}(\sin 2x + \cos 3x)}{\sin 3x - \cos 2x} = 1$.

4. Известно, что уравнение $x^4 + 2(a + 2)x^2 + (a + 4)(a - 12) = 0$ имеет ровно два различных действительных корня. Найдите наименьшее значение произведения этих корней, или докажите, что минимума нет.

5. В основании пирамиды $ABCD$ лежит четырёхугольник $ABCD$ у которого $AB = BC$ и $CD = DA$. Вершина пирамиды точка S проектируется в точку пересечения диагоналей основания точку O , причём $OA = OB = 2$ и $OD = OS = 6$. Найдите площадь полной поверхности пирамиды. На расстоянии 3 друг от друга проведены две секущие плоскости, параллельные плоскости ASC . Найдите максимальный объём части пирамиды, заключённой между этими плоскостями.

Председатель методической комиссии
Электрогорск, 14 апреля 2010 г.

2 № _____ Фамилия _____
регистрационный номер _____ не заполнять
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 2

1. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2x^2 \leq 12,5, \\ |x - 1/2| \geq 2. \end{cases}$$

2. Решите уравнение: $(4x^2 - 49) \left(3 \log_8^2(2 - x) - \log_8 \frac{(2 - x)}{4} - 2 \frac{2}{3} \right) = 0$.

3. Решите уравнение: $\frac{\sin 3x + \cos 4x}{\sin 4x - \cos 3x} = 1$.

4. Известно, что уравнение $x^4 + 2(3 - a)x^2 + (a - 1)(a - 4) = 0$ имеет ровно два различных действительных корня. Найдите наименьшее значение произведения этих корней, или докажите, что минимума нет.

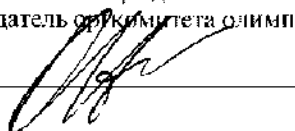
5. В основании пирамиды $ABCD$ лежит треугольник ABC . Высота пирамиды проектируется в точку O отрезка AC , причём отрезок OB перпендикулярен AC , а длины отрезков равны $BO = 4$, $AO = 3$, $OC = 12$ и $DO = 10$. Найдите площадь полной поверхности пирамиды. На расстоянии 5 друг от друга проведены две секущие плоскости, параллельные плоскости BDO . Найдите максимальный объём части пирамиды, заключённой между этими плоскостями.

Председатель методической комиссии
Электрогорск, 14 апреля 2010 г.

3

№ _____ Фамилия _____
 регистрационный номер _____ не заполнять
 Имя _____
 Школа № _____ Отчество _____
 личная подпись _____

«Утверждаю»
 Председатель оргкомитета олимпиады



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 3

1. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 9x^2 \geq 100, \\ |x - 2/3| \leq 4. \end{cases}$$

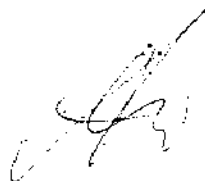
2. Решите уравнение: $(x^2 - 9)(2 \log_9^2(1+x) - \log_9 3(1+x) - 2,5) = 0$.

3. Решите уравнение: $\frac{\sqrt{3}(\sin 2x + \cos 3x)}{\sin 3x - \cos 2x} = -1$.

4. Известно, что уравнение $x^4 + 2(a-1)x^2 + (a+1)(a-15) = 0$ имеет ровно два различных действительных корня. Найдите наименьшее значение произведения этих корней, или докажите, что минимума нет.

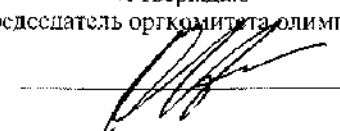
5. В основании пирамиды $ABCD$ лежит четырёхугольник $ABCD$ у которого $AB = BC$ и $CD = DA$. Вершина пирамиды точка S проектируется в точку пересечения диагоналей основания точку O , причём $OA = 3$, $OB = 8$, $OD = 4$ и $SO = 12$. Найдите площадь полной поверхности пирамиды. На расстоянии 6 друг от друга проведены две секущие плоскости, параллельные плоскости ASC . Найдите максимальный объём части пирамиды, заключённой между этими плоскостями.

Председатель методической комиссии
 Электрогорск, 14 апреля 2010 г.


4

№ _____ Фамилия _____
 регистрационный номер _____ не заполнять
 Имя _____
 Школа № _____ Отчество _____
 личная подпись _____

«Утверждаю»
 Председатель оргкомитета олимпиады



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 4

1. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{1}{5}x^2 \leq 1,8 \\ |x + 1,4| \geq 1,6. \end{cases}$$

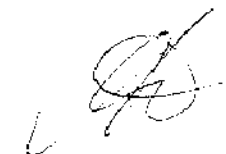
2. Решите уравнение: $(16 - x^2) \left(3 \log_{27}^2(x+2) + 5 \log_{27} \frac{x+2}{3} - \frac{1}{3} \right) = 0$.

3. Решите уравнение: $\frac{\sin 3x + \cos 4x}{\sin 4x - \cos 3x} = -1$.

4. Известно, что уравнение $x^4 - 2(a+1)x^2 + a(a+3) = 0$ имеет ровно два различных действительных корня. Найдите наименьшее значение произведения этих корней, или докажите, что минимума нет.

5. В основании пирамиды $ABCD$ лежит треугольник ABC . Высота пирамиды проектируется в точку O отрезка AC , причём отрезок OB перпендикулярен AC , а длины отрезков равны $BO = 6$, $AO = 6$, $OC = 8$ и $DO = 4$. Найдите площадь полной поверхности пирамиды. На расстоянии 7 друг от друга проведены две секущие плоскости, параллельные плоскости BDO . Найдите максимальный объём части пирамиды, заключённой между этими плоскостями.

Председатель методической комиссии
 Электрогорск, 14 апреля 2010 г.



1 № _____ Фамилия _____ не заполнять
регистрационный номер
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 1

1. Руда содержит 40% примесей, а выплавленный из неё металл — 4% примесей. Сколько металла получится из 24 тонн руды?
2. Решите неравенство: $\log_2^2 x - \log_2 x - 2 \geq 0$.
3. Решите уравнение $\frac{1}{\sqrt{3-10x}} \left(\frac{2x+5}{x-3} + \frac{x+7}{2x+3} \right) = 0$.
4. Известно, что уравнение $x^4 + 2(a+2)x^2 + (a+4)(a-12) = 0$ имеет ровно два различных действительных корня. Найдите наименьшее значение произведения этих корней, или докажите, что минимума нет.
5. Около сферы радиуса R описана правильная треугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 1,5 раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) площадь верхнего основания пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, которая проходит через сторону нижнего основания и пересекает верхнее основание пирамиды.

Председатель методической комиссии
Новоуральск, 20 апреля 2010 г.

2 № _____ Фамилия _____ не заполнять
регистрационный номер
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 2

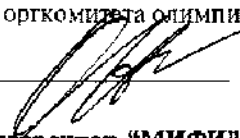
1. Из 40 тонн руды выплавляют 20 тонн металла, содержащего 6% примесей. Каков процент примесей в руде?
2. Решите неравенство: $\log_{1/2}^2 x - 5 \log_{1/2} x + 6 \leq 0$.
3. Решите уравнение $\frac{1}{\sqrt{6x-5}} \left(\frac{x+1}{x+2} + \frac{3x-5}{4x-3} \right) = 0$.
4. Известно, что уравнение $x^4 + 2(3-a)x^2 + (a-1)(a-4) = 0$ имеет ровно два различных действительных корня. Найдите наименьшее значение произведения этих корней, или докажите, что минимума нет.
5. Около сферы радиуса R описана правильная четырёхугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 2 раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) площадь боковой грани пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, которая проходит через диагональ нижнего основания и пересекает верхнее основание пирамиды.

Председатель методической комиссии
Новоуральск, 20 апреля 2010 г.

3

№ _____ Фамилия _____
регистрационный номер не заполнять
 Имя _____
 Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
 Председатель оргкомитета олимпиады



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 3

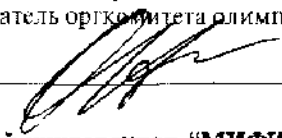
- Из 40 тонн руды выплавляют 20 тонн металла, содержащего 6% примесей. Каков процент примесей в руде?
- Решите неравенство: $\log_3^2 x + 3 \log_3 x + 2 \geq 0$.
- Решите уравнение $\frac{1}{\sqrt{25x+46}} \left(\frac{x-4}{2x+1} - \frac{x+5}{3x+7} \right) = 0$.
- Известно, что уравнение $x^4 + 2(a-1)x^2 + (a+1)(a-15) = 0$ имеет ровно два различных действительных корня. Найдите наименьшее значение произведения этих корней, или докажите, что минимума нет.
- Около сферы радиуса R описана правильная треугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в $\frac{4}{3}$ раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) объём пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, которая проходит через сторону нижнего основания и пересекает верхнее основание пирамиды.

Председатель методической комиссии
 Новоуральск, 20 апреля 2010 г.


4

№ _____ Фамилия _____
регистрационный номер не заполнять
 Имя _____
 Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
 Председатель оргкомитета олимпиады

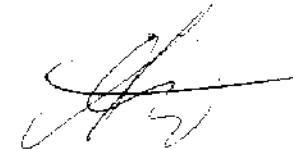


Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 4

- Свежие фрукты содержат 72% воды, а сухие — 20% воды. Сколько сухих фруктов получится из 20 кг свежих фруктов?
- Решите неравенство: $\log_{1/5}^2 x + \log_{1/5} x - 6 \leq 0$.
- Решите уравнение $\frac{1}{\sqrt{91-10x}} \left(\frac{2x-5}{x+2} - \frac{4x+1}{3x+4} \right) = 0$.
- Известно, что уравнение $x^4 - 2(a+1)x^2 + a(a+3) = 0$ имеет ровно два различных действительных корня. Найдите наименьшее значение произведения этих корней, или докажите, что минимума нет.
- Около сферы радиуса R описана правильная четырёхугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 1,5 раза больше стороны верхнего основания. Найдите а) площадь нижнего основания пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, которая проходит через диагональ нижнего основания и пересекает верхнее основание пирамиды.

Председатель методической комиссии
 Новоуральск, 20 апреля 2010 г.



1 № _____ Фамилия _____
регистрационный номер _____ Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
исполнять _____
личная подпись _____

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 1

1. Руда содержит 40% примесей, а выплавленный из неё металл — 4% примесей. Сколько металла получится из 24 тонн руды?
2. Решите неравенство: $\log_2^2 x - \log_2 x - 2 \geq 0$.
3. Решите уравнение $\frac{1}{\sqrt{3-10x}} \left(\frac{2x+5}{x-3} + \frac{x+7}{2x+3} \right) = 0$.
4. Известно, что уравнение $x^4 + 2(a+2)x^2 + (a+4)(a-12) = 0$ имеет ровно два различных действительных корня. Найдите наименьшее значение произведения этих корней, или докажите, что минимума нет.
5. Около сферы радиуса R описана правильная треугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 1,5 раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) площадь верхнего основания пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, которая проходит через сторону нижнего основания и пересекает верхнее основание пирамиды.

Председатель методической комиссии
Курчатов, 21 апреля 2010 г.

2 № _____ Фамилия _____
регистрационный номер _____ Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
исполнять _____
личная подпись _____

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 2

1. Из 40 тонн руды выплавляют 20 тонн металла, содержащего 6% примесей. Каков процент примесей в руде?
2. Решите неравенство: $\log_{1/2}^2 x - 5 \log_{1/2} x + 6 \leq 0$.
3. Решите уравнение $\frac{1}{\sqrt{6x-5}} \left(\frac{x+1}{x+2} + \frac{3x-5}{4x-3} \right) = 0$.
4. Известно, что уравнение $x^4 + 2(3-a)x^2 + (a-1)(a-4) = 0$ имеет ровно два различных действительных корня. Найдите наименьшее значение произведения этих корней, или докажите, что минимума нет.
5. Около сферы радиуса R описана правильная четырёхугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 2 раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) площадь боковой грани пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, которая проходит через диагональ нижнего основания и пересекает верхнее основание пирамиды.

Председатель методической комиссии
Курчатов, 21 апреля 2010 г.

3

№ _____

регистрационный
номер

Фамилия _____

не заполнять

Имя _____

не заполнять

Школа № _____

Отчество _____

личная подпись

«Утверждаю»

Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 3

- Из 40 тонн руды выплавляют 20 тонн металла, содержащего 6% примесей. Каков процент примесей в руде?
- Решите неравенство: $\log_3^2 x + 3 \log_3 x + 2 \geq 0$.
- Решите уравнение $\frac{1}{\sqrt{25x+46}} \left(\frac{x-4}{2x+1} - \frac{x+5}{3x+7} \right) = 0$.
- Известно, что уравнение $x^4 + 2(a-1)x^2 + (a+1)(a-15) = 0$ имеет ровно два различных действительных корня. Найдите наименьшее значение произведения этих корней, или докажите, что минимума нет.
- Около сферы радиуса R описана правильная треугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в $\frac{4}{3}$ раза больше стороны верхнего основания. Найдите: а) объём пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, которая проходит через сторону нижнего основания и пересекает верхнее основание пирамиды.

Председатель методической комиссии
Курчатов, 21 апреля 2010 г.

4

№ _____

регистрационный
номер

Фамилия _____

не заполнять

Имя _____

Школа № _____

Отчество _____

личная подпись

«Утверждаю»

Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 4

- Свежие фрукты содержат 72% воды, а сухие — 20% воды. Сколько сухих фруктов получится из 20 кг свежих фруктов?
- Решите неравенство: $\log_{\frac{1}{5}}^2 x + \log_{\frac{1}{5}} x - 6 \leq 0$.
- Решите уравнение $\frac{1}{\sqrt{91-10x}} \left(\frac{2x-5}{x+2} - \frac{4x+1}{3x+4} \right) = 0$.
- Известно, что уравнение $x^4 - 2(a+1)x^2 + a(a+3) = 0$ имеет ровно два различных действительных корня. Найдите наименьшее значение произведения этих корней, или докажите, что минимума нет.
- Около сферы радиуса R описана правильная четырёхугольная усечённая пирамида, сторона нижнего основания которой в 1,5 раза больше стороны верхнего основания. Найдите а) площадь нижнего основания пирамиды; б) минимально возможную площадь сечения пирамиды плоскостью, которая проходит через диагональ нижнего основания и пересекает верхнее основание пирамиды.

Председатель методической комиссии
Курчатов, 21 апреля 2010 г.

1 № _____ Фамилия _____
регистрационный номер _____ не заполнять
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 1

1. Решите неравенство: $\frac{(x+2)^2}{x+3} \leq -(x+2)$.
2. Решите уравнение: $\log_{5-3x}(10x^2 - 31x + 23) = 2$.
3. а) Решите уравнение: $\sin(\pi/3 - 3x) + 3\cos^2 x = 2 - \sin^2 x$ и найдите сумму корней этого уравнения, лежащих на отрезке $[\pi/4; \pi]$. б) Решите уравнение: $\sin x + 3\cos^2 x = 2 - \sin^2 x$.
4. а) Определите при каких значениях параметра k неравенство

$$\frac{\log_2(x^2 + kx + 2k + 1) - 2}{(x-1)(x+2)} \geq 0$$

выполняется для всех целых x , кроме 1, 2 и -2 . б) Решите неравенство при $k = -1$.

5. В основании пирамиды $ABCD$ лежит четырёхугольник $ABCD$ у которого $AB = BC$ и $CD = DA$. Вершина пирамиды точка S проектируется в точку пересечения диагоналей основания точку O , причём $OA = OB = 2$, $OD = 6$ и $SO = 6$. Найдите площадь полной поверхности пирамиды. Сумма площадей сечений пирамиды двумя плоскостями, параллельными плоскости ASC , равна 20. Найдите минимальное возможное расстояние между секущими плоскостями, при условии, что высота пирамиды лежит между сечениями.

Председатель методической комиссии
18 апреля 2010 г.

2 № _____ Фамилия _____
регистрационный номер _____ не заполнять
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заклучительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 2

1. Решите неравенство: $\frac{(x+3)^2}{x-2} \geq 5(x+3)$.
2. Решите уравнение: $\log_{\frac{1}{2x-3}}(5x^2 - 19x + 19) = -2$.
3. а) Решите уравнение: $\cos(\pi/4 + x) - (\sin x + \cos x)^2 + 1 = 0$ и найдите сумму корней этого уравнения, лежащих на отрезке $[\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}]$. б) Решите уравнение: $\cos x - (\sin x + \cos x)^2 + 1 = 0$.
4. а) Определите при каких значениях параметра k неравенство

$$\frac{\log_2(-x^2 + (k+4)x - k - 2) - 2}{(x+1)(x-4)} \leq 0$$

имеет только три целых решения: 2, 3 и 5. б) Решите неравенство при $k = 2$.

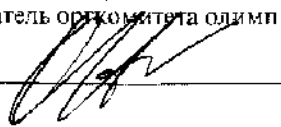
5. В основании пирамиды $ABCD$ лежит треугольник ABC . Высота пирамиды проектируется в точку O отрезка AC , причём отрезок OB перпендикулярен AC , а длины отрезков равны $BO = 4$, $AO = 3$, $OC = 12$ и $DO = 10$. Найдите площадь полной поверхности пирамиды. Сумма площадей сечений пирамиды двумя плоскостями, параллельными плоскости ODB , равна 25. Найдите минимальное возможное расстояние между секущими плоскостями, при условии, что высота пирамиды лежит между сечениями.

Председатель методической комиссии
18 апреля 2010 г.

3

№ _____ Фамилия _____
регистрационный номер Имя _____
не заполнять
 Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
 Председатель оргкомитета олимпиады



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 3

1. Решите неравенство: $\frac{(3-x)^2}{x+4} \leq -7(x-3)$.
2. Решите уравнение: $\log_{4-x}(3x^2 - 21x + 31) = 2$.
3. а) Решите уравнение: $\sin(4x - 2\pi/3) + \sin^4 x = \cos^4 x$ и найдите сумму корней этого уравнения, лежащих на отрезке $[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{2}]$. б) Решите уравнение: $\sin x + \sin^4 x = \cos^4 x$.
4. а) Определите при каких значениях параметра k неравенство

$$\frac{\log_3(x^2 + (k+1)x + 3k+4) - 2}{x^2 - 4} \geq 0$$

выполняется для всех целых x , кроме ± 2 , 2 и 1. б) Решите неравенство при $k = -2$.

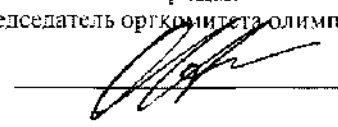
5. В основании пирамиды $ABCD$ лежит четырёхугольник $ABCD$ у которого $AB = BC$ и $CD = DA$. Вершина пирамиды точка S проектируется в точку пересечения диагоналей основания точку O , причём $OA = 3$, $OB = 8$, $OD = 4$ и $SO = 12$. Найдите площадь полной поверхности пирамиды. Сумма площадей сечений пирамиды двумя плоскостями, параллельными плоскости ASC , равна 20. Найдите минимальное возможное расстояние между секущими плоскостями, при условии, что высота пирамиды лежит между сечениями.

Председатель методической комиссии
 18 апреля 2010 г.


4

№ _____ Фамилия _____
регистрационный номер Имя _____
не заполнять
 Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
 Председатель оргкомитета олимпиады



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 4

1. Решите неравенство: $\frac{(x-2)^2}{x-3} \geq (x-2)$.
2. Решите уравнение: $\log_{\frac{1}{3x-2}}(10x^2 - 10x + 1) = -2$.
3. а) Решите уравнение: $\sin(3x + 2\pi/3) + 2 = 3\cos^2 x + \sin^2 x$ и найдите сумму корней этого уравнения, лежащих на отрезке $[-\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{2}]$. б) Решите уравнение: $\cos x + 2 = 3\cos^2 x + \sin^2 x$.
4. а) Определите при каких значениях параметра k неравенство

$$\frac{\log_3(-x^2 + (k-1)x + k+3) - 2}{(x+3)(x-2)} \leq 0$$

имеет только три целых решения: 1, 3 и 4. б) Решите неравенство при $k = 0$.

5. В основании пирамиды $ABCD$ лежит треугольник ABC . Высота пирамиды проектируется в точку O отрезка AC , причём отрезок OB перпендикулярен AC , а длины отрезков равны $BO = 6$, $AO = 6$, $OC = 8$ и $DO = 4$. Найдите площадь полной поверхности пирамиды. Сумма площадей сечений пирамиды двумя плоскостями, параллельными плоскости DOB , равна 15. Найдите минимальное возможное расстояние между секущими плоскостями, при условии, что высота пирамиды лежит между сечениями.

Председатель методической комиссии
 18 апреля 2010 г.



2 № _____ Фамилия _____ не заполнять
регистрационный номер
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 2

1. Решите уравнение $2 \cos 2x + 13 \cos x + 5 = 0$.
2. Решите неравенство

$$\frac{5-x}{x+1} \left(\frac{4}{x-3} + \frac{1}{x+2} \right) \leq 0.$$

3. Решите уравнение $(\sqrt{3} \sin \pi x - \cos \pi x) \sqrt{12-x-x^2} = 0$.
4. а) Постройте график функции $y = |2x - 4|$. б) При каждом значении параметра a определите количество решений уравнения

$$|2x - 4| + x^2 = a.$$

5. В четырёхугольной пирамиде $SABCD$ (четырёхугольник основания $ABCD$ выпуклый) боковые рёбра SA , SB и SC попарно перпендикулярны и имеют длину 6. Объём пирамиды $SABCD$ равен 144. Найдите: а) площадь треугольника ACD ; б) наименьшее возможное при этих условиях значение длины ребра SD .

1 № _____ Фамилия _____ не заполнять
регистрационный номер
Имя _____
Школа № _____ Отчество _____
личная подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет — МИФИ
Заклучительный тур физико-математической олимпиады «Росатом»

Вариант № 1

1. Решите уравнение $3 \sin x - \cos 2x - 1 = 0$.
2. Решите неравенство

$$\frac{x+2}{x-4} \left(\frac{5}{x+1} - \frac{1}{x-3} \right) \geq 0.$$

3. Решите уравнение $(\sin \pi x + \sqrt{3} \cos \pi x) \sqrt{x^2 + 5x - 14} = 0$.
4. а) Постройте график функции $y = |2x - 1|$. б) При каждом значении параметра a определите количество решений уравнения

$$|2x - 1| + a = x^2.$$

5. В четырёхугольной пирамиде $SABCD$ (четырёхугольник основания $ABCD$ выпуклый) боковые рёбра SA , SB и SC попарно перпендикулярны и имеют длину 3. Длина ребра SD равна 9. Найдите: а) угол наклона ребра SD к плоскости основания; б) наибольшее возможное при этих условиях значение объёма пирамиды $SABCD$.