

Решение задач заочного тура, 10 класс

Задание 1. (10 баллов)

Определить минимальное основание системы счисления, для которого существует решение уравнения $8_{2y} * x_y + 2_y * x_{2y} = 30_y$. X - целое число.

Ответ обоснуйте.

Решение.

Перепишем в виде уравнения.

$$8 * x + 2 * x = 3 * y.$$

$$10x = 3y.$$

Минимальное $x = 3$, $y = 10$.

Ответ: 10.

Критерии оценки задания 1:

Полный балл ставится за полностью записанное решение с правильным ответом. В целом правильный ответ, содержащий арифметическую ошибку, оценивается в 7 баллов. Только правильный ответ оценивается в 2 балла.

Задание 2. (10 баллов)

Три молодые супружеские пары собрались как-то раз на дружеский ужин. Завязалась беседа. Настроение у всех было превосходное, дамы - явно молоды, поэтому вопросы о возрасте присутствующие не исключали.

Были высказаны следующие утверждения:

- 1) Андрей: “Каждый из трёх мужей на 5 лет старше своей жены”;
- 2) Ева: “Не стану скрывать - я самая старшая из всех жён”;
- 3) Игорь: “Нам с Юлией вместе 52 года”;
- 4) Леонид: “Всем нам шестерым вместе 151 год”;
- 5) Юлия: “Нам с Леонидом вместе 48 лет”.

К сожалению, Марта так и не смогла принять участие в застольной беседе, поскольку ей пришлось выполнять хлопотливые обязанности хозяйки дома, и она то и дело отлучалась на кухню.

Кому сколько лет, и кто на ком женат?

Ответ обоснуйте.

Решение:

Решим задачу составив и решив систему уравнений.

1. Так как каждая из жен младше мужа на 5 лет (по условию 1) значит в сумме их возраст должен составлять нечетное число. Следовательно, Юлия не может быть женой Игоря (им в сумме 52 года (по условию 3)) и Леонида (им в сумме 48 лет (по условию 5)). Следовательно, Юлия - жена Андрея.

2. Игорь старше Леонида на 4 года (это следует из условий 1, 3, 5), значит, и жена Игоря старше жены Леонида на 4 года (это следует из условия 1). Следовательно, Игорь женат на Еве, Леонид -- на Марте.

3. Так как в сумме всем шестерым 151 год (по условию 4), а каждая жена старше мужа на 5 лет (по условию 1), значит, трем женам в сумме: $E + Ю + М = 68$ лет.

4. Так как Ева -- старшая их жен, она на 4 года старше Марты, следовательно, можно записать:

$$E = M + 4.$$

5. В то же время Юлии с Леонидом (мужем Марты) в сумме 48 лет, а Леонид, как и все мужья, старше жены, Марты на 5 лет. Следовательно, можем записать:

$$Ю + Л = 48,$$

$$Ю + М + 5 = 48,$$

$$Ю + М = 43,$$

$$Ю = 43 - М.$$

6. Получили систему уравнений:

$$E + Ю + М = 68,$$

$$E = M + 4,$$

$$Ю = 43 - М.$$

7. Решим ее: $M = 21$, $E = 25$, $Ю = 22$.

Ответ:

Игорь (30 лет) женат на Еве (25 лет)

Леонид (26 лет) женат на Марте (21 год)

Андрей (27 лет) женат на Юле (22 года)

Критерии оценки задания 2:

Обоснование может быть и другим.

Верный ответ + обоснование: 10

Верный ответ без обоснования: 5

обоснование без вывода: 2

Задание 3. (10 баллов)

20 десятиклассников поехали летом отдыхать в Крым: в Ялту, Судак и Феодосию. В Феодосии отдыхали 15 человек. В Судаке, Феодосии и Ялте отдохнуло 5 человек. В Феодосии и Судаке, но не в Ялте, отдохнуло 4 человека. Если известно, что в Судаке отдыхало 9 человек, а в Феодосии и Ялте, но не в Судаке, не отдыхал никто, сколько человек отдыхало в Ялте?

Ответ обоснуйте.

Решение:

Всего поехало 20 человек. В Судаке отдохнуло 9 человек. В Феодосии и Судаке, но не в Ялте, отдохнуло 4 человека, во всех трёх городах отдыхало 5 человек. Следовательно, среди отдыхавших в Судаке нет того, кто отдыхал бы только в этом городе. Следовательно, все отдыхавшие и в Ялте, и в Феодосии, отдыхали ещё и в Судаке. Тогда по формуле находим:

$$20 = 15 + x - 5$$

$$x = 10$$

Ответ: 10 человек.

Критерии оценки задания 3:

Полный балл ставится за полностью записанное решение с правильным ответом. В целом правильный ответ, содержащий арифметическую ошибку, оценивается в 7 баллов. Только правильный ответ оценивается в 2 балла.

Задание 4. (10 баллов)

На вход автомату подаётся четырёхзначное число в восьмеричной системе счисления.

Автомат выполняет следующие действия:

- переводит число в шестнадцатеричную систему счисления;
- увеличивает разряды числа на 1, при этом разряд F не меняется.

Назовите:

1. максимальное число в шестнадцатеричной системе счисления, которое может быть получено в результате работы автомата,
2. сколько существует различных четырёхзначных чисел в восьмеричной системе счисления, подав которые на вход будет получено максимальное число в шестнадцатеричной системе счисления, которое может быть получено в результате работы автомата.

Ответ обоснуйте.

Решение:

Рассмотрим максимальное 4-х значное число: 777_8

Его двоичное представление $111\ 111\ 111$, а шестнадцатеричное $1\ 1111\ 1111 = 1FF_{16}$

Если его обработает автомат, то мы получим: $2FF_{16}$ ответ на 1-й вопрос

Как можно еще получить это число: $1FE_{16}$, $1EF_{16}$, $1EE_{16}$ т.е. еще тремя способами. Итак, ответ на второй 4-ре способа.

Критерии оценки задания 4:

Ответы на оба пункта: 10

Ответ только на первый: 5

Ответ только на второй: 2

Без обоснования - половина баллов.

Задание 5. (10 баллов)

Дан кран с водой, канистра ёмкостью 5 литров и банка ёмкостью 3 литра. Как с их помощью набрать ровно 4 литра воды? Разрешается переливать воду из одного сосуда в другой, наполнять их из-под крана или выливать в сток.

Решение.

Первый способ.

Наполняем банку. Выливаем в канистру. Ещё раз наполняем банку. Наливаем в канистру. В банке остался 1 литр воды. Выливаем канистру в сток. Наливаем воду из банки в канистру. Наполняем банку. Выливаем банку в канистру. В канистре 4 литра.

Второй способ.

Наполняем канистру. Выливаем 3 литра в банку. Выливаем банку. В канистре осталось 2 литра, переливаем их в банку. Наполняем канистру. Переливаем в банку. В канистре осталось 4 литра.

Критерии оценки задания 5.

Полный балл ставится за полностью записанное решение с правильным ответом. Фрагмент правильного ответа оценивается в 2 балла.

Задание 6. (15 баллов)

С клавиатуры вводятся действительное число $r > 0$ и натуральное число q_{\max} . Необходимо написать программу, которая найдёт и выведет на экран наилучшее приближение r в виде рациональной дроби p/q , где $q \leq q_{\max}$ ($r, q_{\max} \leq 10000$).

Пример

Входные данные

1,755

500

Выходные данные

351/200

Решение:

```
var
  p, q, qmax, np, nq: longint;
  d, r, min: real;

begin
  write('r=');
  readln(r);
  write('qmax=');
  readln(qmax);
  p := 0; q := 1; min := r;
  np := 1; nq := qmax;
  repeat
    if p / q < r THEN // если дробь меньше заданного числа, то
      p := p + 1 // увеличиваем числитель
    ELSE // иначе
      q := q + 1; // увеличиваем знаменатель
    d := abs(r - p / q);
    if d < min THEN
      begin
        min := d;
        np := p;
        nq := q
      end
  until (q >= qmax) OR (d = 0);
  writeln(np:7, '/', nq);
end.
```

Критерии оценки задания 6:

Правильно написанная программа оценивается в 15 баллов.

Если не учтено, что наилучший результат может получиться не в конце цикла (if d < min THEN) то вычитается 5 баллов

Если в теле цикла изменяется только числитель или только знаменатель, то решение оценивается в 6 баллов.

За каждую неправильно инициализированную (или не инициализированную) переменную вычитается 1 балл.

За ошибку в условии окончания цикла вычитается 2 балла

Задание 7. (15 баллов)

Коля собрался пройти подземелье в World of Warcraft. Для выполнения такой задачи в этой игре нужно ещё четыре человека: один лекарь и трое бойцов, способных наносить монстрам урон.

Коля обращается в чат своего клана. Требуется вывести имена игроков, с которыми Коля пойдёт в подземелье.

Формат входных данных:

В первой строке консольного ввода задаётся число N – количество ответов, которые получил Коля в чате. N больше или равно 4. В следующих N строках дисциплинированные товарищи Коли пишут свои ответы. Каждая строчка содержит имя ответившего, записанное в квадратных скобках. Затем стоит двоеточие и пробел, после чего идёт ответ. Ответ гарантированно содержит ровно одно целое неотрицательное число, ограниченное пробелом или концом строки. Это число показывает уровень снаряжения бойца. Также ответ гарантированно содержит роль, которую готов взять на себя игрок: в строке содержится либо слово «лекарь», либо слово «боец».

Вам необходимо отобрать среди товарищей Коли одного лекаря и трёх бойцов с наилучшим снаряжением, и вывести их имена в произвольном порядке.

Пример входных данных:

6

[Оленек]: лекарь 600

[Эльф]: боец 750 огневик

[Вася]: могу пойти паладином боец 800 илвл

[Дима]: 801 боец

[Оля]: 750 лекарь

[Пушкин]: боец 775....

Ответ:

Вася

Дима

Пушкин

Оля

Решение:

```
program instance;
const M=3;
type Tcharacter=record
    nickname:string;
    ilevel:integer;
end;
Tlist = array [1..M] of Tcharacter;

function getilevel(s:string):integer;
var x,code:integer;
    flag:boolean;
    sl:string;
```

```

begin
x:=-1;
flag:=true; //признак незавершенности работы
while flag do
begin
while pos(' ',s)=1 do
delete(s,1,1);
s1:=copy(s,1,pos(' ',s)-1);
delete(s,1,pos(' ',s));
val(s1,x,code);
if code=0 then
begin
flag:=false;
end;
end;
getilevel:=x;
end;

procedure checkhealer(s,name:string; var healer:Tcharacter);
var k:integer;
begin
k:=getilevel(s);
if k>healer.ilevel then
begin
healer.nickname:=name;
healer.ilevel:=k;
end;
end;

procedure shift(var damager:Tlist; k:integer);
var i:integer;
begin
for i:=1 to k-1 do
damager[i]:=damager[i+1];
end;

procedure checkdamager(s,name:string; var damager:Tlist);
var k,i:integer;
begin
k:=getilevel(s);
i:=M;
while (i>=1) and (k<damager[i].ilevel) do
begin
i:=i-1;
end;
if i>=1 then
begin
shift(damager,i);
damager[i].nickname:=name;
damager[i].ilevel:=k;
end;
end;

function fullset(healer:Tcharacter; damager:Tlist):boolean;
var i:integer;
flag:boolean;
begin
flag:=healer.ilevel>0;
i:=1;
while flag and (i<=M) do
begin
flag:=damager[i].ilevel>0;
i:=i+1;
end;
end;

```

```

    end;
    fullset:=flag;
end;

procedure output(healer:Tcharacter; damager:Tlist);
var i:integer;
begin
    writeln(healer.nickname);
    for i:=1 to M do
        writeln(damager[i].nickname);
    end;

var healer:Tcharacter;
    damager:Tlist;
    i,n:integer;
    s,name:string;
begin
    for i:=1 to M do          //инициализация
        begin
            damager[i].nickname:='';
            damager[i].ilevel:=-1;
        end;
    healer.nickname:='';
    healer.ilevel:=-1;
    readln(n); //узнаем количество участников
    For i:=1 to n do //получаем входные данные в цикле
        begin
            readln(s);
            name:=copy(s,2,pos(']: ',s)-2); //извлечь имя игрока
            delete(s,1,pos(']: ',s)+1);
            s:=s+' ';
            if pos(' лекарь ',s)>0 then //если игрок лекарь, то
                checkhealer(s,name,healer) //проверить уровень лекаря
            else //иначе
                checkdamager(s,name,damager); //проверить уровень бойца
            end;
        if fullset(healer,damager) then //если комплект набран, то
            output(healer, damager) //вывести результат
        else //иначе
            writeln('Группа не набирается'); //сказать, что партия не набирается
        end.
end.

```

Критерии оценки задания 7:

На 15 баллов оценивается решение, оптимальное по времени работы и расходу памяти. Этим критериям удовлетворяет решение, в котором объем переменных не зависит от количества входных данных, а проход по введённым данным выполняется один раз.

На 10 баллов с округлением вверх оценивается решение, неоптимальное по расходу памяти. Например, в решении все входные данные собраны в массив. Так же оценивается решение, содержащее мелкие недочёты, например, не учитывающее ситуацию, когда все игроки одинаково сильны.

На 5 баллов с округлением вниз оценивается решение, неоптимальное по расходу памяти. Не оптимальным по расходу памяти считается решение, сложность которого относительно

входных данных превышает линейную. Так, например, решение задачи, в которой ищется три минимума массива, условно оптимально по памяти, решение, в котором массив сортируется – нет.

Задание 8. (20 баллов)

Найти число 2^n , где $n \leq 10000$, n - натуральное.

Данные читаются из текстового файла INPUT.TXT, содержащего число n на одной строке. Получившееся число вывести в текстовый файл с именем OUTPUT.TXT, число поместить на одной строке.

Пример:

Исходный файл: 8

Результирующий файл: 256

```
{
    В переменной стандартного типа такое большое число не помещится. Будем моделировать возведение 2 в степень n вычисляя последовательно  $2^1, 2^2, \dots, 2^n$ , используя массив. В каждой ячейке массива будем хранить по (например) 4 десятичных цифры числа (т.е. в элементе A[1] - 4 последних цифры числа (разряды 0 - 3), в A[2] - 4 предпоследних (разряды 4 - 7) и т.д.).
```

```
    Оценим количество десятичных цифр в числе  $2^n$ ,  $n \leq 10000$ . Это  $10\,000 * \log_{10}(2) + 1 < 15\,000$  цифр. Количество элементов массива возьмем равным  $15000/4=3750$ . Введем переменную Nach, в которой будем хранить индекс элемента массива A, в котором находятся старшие значащие разряды вычисляемого сейчас числа.
```

```
    }
    var A: array[1 .. 3750] of word;
        Nach: word;
        i, N, j, k: word;
        perenos : byte;
    begin
        writeln;
        for i:=2 to 3750 do A[i]:=0;
        A[1]:=1; { сначала число в массиве A - это  $2^0=1$  }
        write('введите n: ');
        readln(N); { читаем степень }
        write('2^', n, ' = ');
        Nach:=1; { индекс первой еще не использованной ячейки }
                { в массиве A }
        for i:=1 to N do
        begin
            Perenos:=0; { перенос в следующий элемент массива A }
            for j:=1 to Nach+1 do
            begin
                A[j]:=A[j]+A[j]+Perenos;
                { складываем 4 текущих разряда друг с другом, }
```

```

        { добавляя перенос из предыдущих 4-х разрядов }
    if A[j]>=10000 then      { если в числе > 4 цифр }
    begin
        Perenos:=A[j] div 10000; { то формируем перенос }
                                { в старшие разряды }
        A[j]:=A[j] mod 10000;    { и оставляем в числе }
                                { 4 последних цифры }

    end
    else Perenos:=0          { иначе переноса нет }
end; { к вложенному циклу for j }
if A[Nach+1]>0 then { если был перенос в еще не }
    Nach:=Nach+1;    { использованную ячейку }
                    { массива A, то увеличиваем Nach }
end; { для цикла for i }
    { распечатка }
{ старшая тетрада печатается без ведущих нулей }
j:=1000; { ищем первую значащую цифру }
while (A[Nach] div j)=0 do
    j:=j div 10;
while j<>0 do
begin
    write(A[Nach] div j); { печать цифры }
    A[Nach]:=A[Nach] mod j; { отбрасываем }
    j:=j div 10; { напечатанную цифру }
end;
for i:=Nach-1 downto 1 do
begin
    j:=1000;
    for k:=1 to 4 do { 4 разряда }
    begin
        write(A[i] div j); { печатаем цифру }
        A[i]:=A[i] mod j; { и отбрасываем ее }
        j:=j div 10;
    end
    end
end. { программы }

```

Критерии оценки задания 8:

Правильно написанная программа оценивается в 20 баллов.

Если программа работает правильно только для $n \leq 31$, то решение оценивается в 5 баллов.

Если программа работает правильно только для $n \leq 32$, то решение оценивается в 6 баллов.

Если программа работает правильно только для $n \leq 64$, то решение оценивается в 7 баллов.

Если программа работает правильно только для $n \leq 1000$, то решение оценивается в 10 баллов.

За каждую неправильную инициализацию переменных вычитается 3 балла.

За ошибку в выводе вычитается 2 балла

Если идея решения правильная, но в реализации имеются ошибки, приводящие к неработоспособности программы, то такое решение оценивается в 3 балла.