

## Материалы заданий олимпиады 2015/2016 учебного года

### Заключительный этап

#### 5 класс Вариант 1

1) В лесу состоялся матч орехоболу. Каждый орех, забитый в ворота противника, приносит команде 10 очков. Если же игрок одной из команд поймает волшебный орех, то эта команда получает дополнительные 150 очков. Игра длится 90 минут. Матч состоялся между командой А и командой Б. Начало матча было в 12:00. Команда А забила орехи в 12:07, 12:10, 12:24, 12:37. Команда Б забила орехи в 12:12, 12:15, 12:20, 12:27, 12:29, и поймала волшебный орех в 13:03.

Кто выиграл в этой игре и с каким счётом? В какие периоды матча (то есть с какой и по какую минуту игры) лидировала Команда А? В какие периоды лидировала Команда Б? А в какие периоды в матче был равный счёт?

Сколько волшебных орехов нужно поймать проигравшей команде, чтобы они победили в матче? Сколько минут на поле была ничья?

#### **Ответ**

Игра закончилась со счётом 40:200 в пользу Команда Б.

Команда А вела в счете с 7 по 15 минуту.

Команда Б вела в счете с 20 по 24 минуту,

Команда Б вела в счете с 27 по 90 минуту.

Ничья была с начала матча по 7 минуту

Ничья была с 15 по 20 минуту

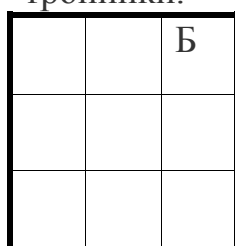
Ничья была с 24 по 27 минуту

Ничья была с 56 по 63 минуту

Проигравшей команде требуется поймать 2 ореха

Ничья была на поле 15 минут.

2) Бельчонок закопал клад с орехами. У него есть карта местности, представляющей собой квадрат размера  $3 \times 3$  клетки. На этой карте он находится в правом верхнем углу. На этой карте стерлась стенка. Бельчонок помнит, что по этой карте у него есть четыре маршрута, как добраться до клада, который находится в левом нижнем углу. Также Бельчонок помнит, что он при этом ходил только на клетку вниз или на клетку влево. Поставьте на поле стенки между некоторыми клетками, чтобы тропинок до клада было, ровно 4. Объясните, почему в предложенном вами решении будет ровно 4 тропинки.



**Ответ**

Задача допускает различные решения. Для проверки числа маршрутов таблица заполняется числами от правого верхнего угла, обозначающими число маршрутов из правой верхней клетки в данную. Затем в каждую клетку вписывается сумма чисел, стоящих справа и сверху от данной клетки, если между этими клетками нет стенки. При наличии стенки на границе с одной из соседних клеток слева или сверху – вместо суммы вписывается число, стоящее в той соседней клетке, которая не отделена стенкой. Пример заполнения таблицы для приведённого ответа:

		1
1	1	1
4	3	2

3) Бельчонок нашёл в дупле 9 мешков орехов. Его весы могут показать только суммарный вес двух любых мешков, то есть один мешок взвесить нельзя, только два. За какое минимальное количество взвешиваний бельчонок может найти общий вес орехов? Написать наиболее короткий алгоритм взвешивания.

**Ответ**

1. Пронумеруем мешки.
2. Взвесим мешок 1 и 2.
3. Взвесим мешок 2 и 3
4. Взвесим мешок 3 и 1.
5. Сложим результаты первых трёх взвешиваний и поделим пополам. Получим суммарный вес первых трёх мешков.
6. Взвесим мешок 4 и 5.
7. Взвесим мешок 6 и 7.
8. Взвесим мешок 8 и 9.
9. Сложим результаты пунктов 5–8 и получим сумму всех мешков.

4) Есть 150 гирек массами 2 г, 3 г, ..., 151 г. Медведь положил на одну чашу весов две гирьки. Волк хотел уравновесить их двумя другими гирьками на второй чаше, но не смог. Сколько в сумме могли весить две гирьки, взятые медведем? Приведите все возможные варианты ответов.

### **Ответ**

5 6 300 301.

Медведь выбирает 2 гирьки таким образом, чтобы волк из оставшихся не смог уравновесить массу этих 2 гирек.

Ситуация один, когда между гирьками которые взял медведь есть 2 гирьки. Тогда от большей отнимает один, к меньшей прибавляет один

Ситуация два, когда между гирьками которые взял медведь есть ровно 1 или 0 гирек. Тогда к большей прибавляет один, от меньшей отнимает один

Получается медведю нужно взять 2 гирьки таким образом чтобы он не смог отнять от меньшей или не прибавил к большей гирьке. Очевидно это крайние случаи.

5) Медведь решил собрать мед с пасеки. Пасека разделена на клетки 200 клеток в ширину и высотой 100 клеток в длину. В каждой клетке расположен 1 улей. Медведь решил собирать мед с левого верхнего улья и идя по спирали (дойдя до края или уже собранного улья, поворачивают направо). Какой улей будет собран последним? Укажите номер его строки и столбца (строки нумеруются с единицы сверху вниз, столбцы нумеруются с единицы слева направо).

### **Ответы**

51 50

Дойдем до того момента когда останется две строки с номерами 50

51. (строки уходят парами (100 число четно) сначала сверху (номера 1 2 3...) а потом снизу (номера 100 99 98...). Из этих двух строк выбираем нижнюю (51) т.к. начинали сверху и с нее урожай соберет быстрее. Так же уйдет 49 столбцов справа и 49 столбцов слева. Т.к. Мы идем справа, налево выбираем самый левый столбец (50).

**5 класс**  
**Вариант 2**

1) В лесу состоялся матч орехоболу. Каждый орех, забитый в ворота противника, приносит команде 20 очков. Если же игрок одной из команд поймает волшебный орех, то эта команда получает дополнительные 130 очков. Игра длится 90 минут. Матч состоялся между командой А и командой Б. Начало матча было в 13:00. Команда А забила орехи в 13:07, 13:10, 13:24, 13:37. Команда Б забила орехи в 13:12, 13:15, 13:20, 13:27, 13:29, и поймала волшебный орех в 14:03.

Кто выиграл в этой игре и с каким счётом? В какие периоды матча (то есть с какой и по какую минуту игры) лидировала команда А? В какие периоды лидировала Команда Б? А в какие периоды в матче был равный счёт? Сколько волшебных орехов нужно поймать проигравшей команде, чтобы они победили в матче? Сколько минут на поле была ничья?

**Ответы**

Игра закончилась со счетом 80:230 в пользу Команда Б.

Команда А вела в счете с 7 по 15 минуту.

Команда Б вела в счете с 20 по 24 минуту,

Команда Б вела в счете с 27 по 90 минуту.

Ничья была с начала матча по 7 минуту

Ничья была с 15 по 20 минуту

Ничья была с 24 по 27 минуту

Ничья была с 56 по 63 минуту

Для победы необходимо поймать 2 ореха

Ничья на поле была 15 минут.

2) Бельчонок закопал клад с орехами. У него есть карта местности, представляющей собой квадрат размера  $3 \times 3$  клетки. На этой карте он находится в правом верхнем углу. На этой карте стерлась стенка. Бельчонок помнит, что по этой карте у него есть три маршрута как добраться до клада, который находится в левом нижнем углу. Также Бельчонок помнит, что он при этом ходил только на клетку вниз или на клетку влево. Поставьте на поле стенки между некоторыми клетками, чтобы тропинок до клада было ровно 3. Объясните, почему в предложенном вами решении будет ровно 3 тропинки.

		Б
*		

Задача допускает различные решения. Для проверки числа маршрутов таблица заполняется числами от правого верхнего угла, обозначающими число маршрутов из правой верхней клетки в данную. Затем в каждую клетку вписывается сумма чисел, стоящих справа и сверху от данной клетки, если между этими клетками нет стенки. При наличии стенки на границе с одной из соседних клеток слева или сверху – вместо суммы вписывается число, стоящее в той соседней клетке, которая не отделена стенкой. Пример заполнения таблицы для приведённого ответа:

1	1	1
1	1	1
3	2	1

3) Бельчонок нашёл в дупле 11 мешков орехов. Его весы могут показать только суммарный вес двух любых мешков, то есть один мешок взвесить нельзя, только два. За какое минимальное количество взвешиваний бельчонок может найти общий вес орехов? Написать наиболее короткий алгоритм взвешивания.

#### Ответы

1. Пронумеруем мешки.
2. Взвесим мешок 1 и 2.
3. Взвесим мешок 2 и 3
4. Взвесим мешок 3 и 1.
5. Сложим результаты первых трёх взвешиваний и поделим пополам. Получим суммарный вес первых трёх мешков.
6. Взвесим мешок 4 и 5.
7. Взвесим мешок 6 и 7.
8. Взвесим мешок 8 и 9.
9. Взвесим мешок 10 и 11
10. Сложим результаты пунктов 5–9 и получим сумму всех мешков.

4) Есть 160 гирек массами 2 г, 3 г, ..., 161 г. Медведь положил на одну чашу весов две гирьки. Волк хотел уравновесить их двумя другими гирьками на второй чаше, но не смог. Сколько в сумме могли весить две гирьки, взятые медведем? Приведите все возможные варианты ответов.

### **Ответы**

5 6 320 321.

Медведь выбирает 2 гирьки таким образом, чтобы волк из оставшихся не смог уравновесить массу этих 2 гирек.

Ситуация один, когда между гирьками которые взял медведь есть 2 гирьки. Тогда от большей отнимает один, к меньшей прибавляет один

Ситуация два, когда между гирьками которые взял медведь есть ровно 1 или 0 гирек. Тогда к большей прибавляет один, от меньшей отнимает один

Получается медведю нужно взять 2 гирьки таким образом чтобы он не смог отнять от меньшей или не прибавил к большей гирьке. Очевидно это крайние случаи.

5) Медведь решил собрать мед с пасеки. Пасека разделена на клетки 200 клеток в ширину и высотой 100 клеток в длину. В каждой клетке расположено 2 улья. Медведь решил собирать мед с левого верхнего улья и далее идя по спирали (дойдя до края или уже собранного улья, медведь поворачивают направо). С какого количества ульев будет собран мед, если медведь остановился в клетке 51 50 (в ней мед он не собрал)? Строки нумеруются с единицы сверху вниз, столбцы нумеруются с единицы слева направо.

### **Ответы**

39998(эта последняя клетка, в ней осталось 2 улья)

Дойдем до того момента когда останется две строки с номерами 50 51.(строки уходят парами ( 100 число четно)сначала сверху(номера 1 2 3...) а потом снизу(номера 100 99 98...). Из этих двух строк выбираем нижнюю (51) т.к. начинали сверху и с нее урожай соберет быстрее. Так же уйдет 49 столбцов справа и 49 столбцов слева. Т.К. Мы идем справа, налево выбираем самый левый столбец(50).

## Критерии оценивания

Максимальная оценка за все задания – 50 баллов.

задание 1		
Максимальная оценка (балл)	критерий	снижение балла
10		
+1	Финальный счет.	
+1	За правильное кол-во орехов + доказательство	Снимается 0.5 балла, если приведен ответ без доказательства
+1	Указано время, сколько была ничья на поле	
+3	За минутные отрезки матча, когда вела какая-либо из команд.	Снимается 0.5 балла, если ответ указан в формате времени.
+4	За минутные отрезки матча, когда была ничья.	Снимается 0.5 балла, если ответ указан в формате времени.
задание 2		
Максимальная оценка (балл)	критерий	снижение балла
10		
10 баллов	Правильное, полностью обоснованное решение (указан ответ, обосновано, почему способов 1, при помощи полного перебора или подсчёта вариантов)	
8 баллов	8 баллов - стенка указана, но не обоснованно, почему 1 способ.	
5 баллов	Указано правильное положение стенки, при котором задача имеет 1 решение (без обоснования)	
3 балла	Неправильное расположение стенки, при подсчёте числа вариантов допущена ошибка, в результате число маршрутов ошибочно определено как 10 (например, допущена	

	арифметическая ошибка при заполнении таблицы), но учащийся понимает принцип решения задачи	
<b>задание 3</b>		
Максимальная оценка (балл)	критерий	снижение балла
10		
10 баллов	Приведен алгоритм за девять взвешиваний.	
6 баллов	Алгоритм больше, чем девять взвешиваний	
5 баллов	Объяснено, как за три взвешивания найти вес трёх мешков	
1 балл	Указан ответ за 9 взвешиваний(но не правильный алгоритм либо его отсутствие)	
<b>задание 4</b>		
Максимальная оценка (балл)	критерий	снижение балла
<b>10</b>		
10 баллов	указано 4 ответа с объяснением	Снимается 4 балла, если нет объяснения
9 баллов	указано 3 ответа с объяснением	Снимается 4 балла, если нет объяснения
8 баллов	указано 2 ответа с объяснением	Снимается 4 балла, если нет объяснения
7 баллов	указан 1 ответа с объяснением	Снимается 4 балла, если нет объяснения
6 баллов	Указаны 4 гири, но не сумма	Снимается 4 балла, если нет объяснения
5 баллов	Указаны 3 гири, но не сумма	Снимается 4 балла, если нет объяснения
4 балла	Указаны 2 гири, но не сумма	Снимается 0 баллов, если нет объяснения
3 балла	Указаны 1 гиря, но не сумма	Снимается 0 баллов, если нет объяснения
<b>задание 5</b>		
Максимальная оценка	критерий	снижение балла



(балл)		
<b>10</b>		
10 баллов	Правильный ответ с полным обоснованием	Снимается 2 балла, если указана НЕ правильно строка или столбец. Снимается 4 балла, если нет объяснения.
2 балла	Есть объяснения, что остается две строки, но приведен не правильный номер	