

11 КЛАСС

1) У бельчонка имеется 10 орехов среди которых 5 грецких, 3 миндаля и 2 фундука. Сколькими различными способами он может выбрать 5 орехов, чтобы никакой вид орехов не составлял большинства из выбранных?

2) Найдите количество двузначных натуральных чисел N , для которых верны ровно два из трёх утверждений: « N – нечётное число», « N не делится на 3», « N делится на 5».

3) Найдите наименьшее целое значение параметра b , при котором существует единственное решение системы

$$\begin{cases} \frac{y}{b - \sqrt{x} - 1} = 4, \\ y = \frac{\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} + 1}. \end{cases}$$

4) Два бельчонка вместе ели орехи из мешка. Если бы первый бельчонок ел со скоростью второго, то они бы съели все орехи на 6 минут позже. А если бы второй бельчонок ел со скоростью первого, то они бы съели все орехи на 1 минуту раньше. За какое время они вместе могут съесть все орехи, если каждый будет есть в своем темпе? Ответ дайте в секундах.

5) В треугольнике KLM известно, что $KM = 1$, $LM = 4$, $\angle M = 45^\circ$. Найдите радиус окружности, проходящей через точки L , M и центр вписанной окружности треугольника KLM .

6) Найдите количество прямоугольников с целыми сторонами и периметром меньшим 533.

7) В треугольнике KLM со сторонами $KL = 4$ и $LM = 3$ проведена медиана LT и биссектрисы KP и MQ , которые пересекаются в точке O , причем $OP = OQ$. Найдите LT^2 .

8) При $x, y, z > 0$ найдите максимальное значение выражения

$$\frac{x^2(y+z) + y^2(z+x) + z^2(x+y)}{x^3 + y^3 + z^3 - 2xyz}.$$

9) Найдите сумму целых чисел в отрезке $[1; 2200]$, имеющих общий делитель (отличный от 1) с числом 2200.

10) За круглым столом сидят $n > 1000$ человек, среди которых могут быть рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Известно, что среди сидящих есть хотя бы один лжец. Каждый из сидящих произнес фразу: «Среди следующих 20 сидящих от меня по часовой стрелке столько же рыцарей, сколько и среди следующих 20 сидящих от меня против часовой стрелки». При каких n такое могло случиться? В ответ запишите сумму всех возможных n , меньших 2000.