

10 КЛАСС

1) На доске записаны в строку несколько букв С и Ф. Известно, что 16 раз буква Ф идёт после буквы С, 15 раз буква С идет после буквы Ф и 8 раз буква С идет после букв СФ. Сколько раз после букв ФФ идет буква С?

2) Про положительные числа x и y известно, что $x > y$ и $x^2 - 10y^2 = 3xy$. Чему может равняться $\frac{6y+x}{6y-x}$?

3) Миша забыл пин-код от банковской карты. Он помнит, что пин-кодом является наименьшее натуральное число, у которого ровно 40 делителей, отличных от единицы и самого числа. Какой же пин-код от банковской карты?

4) Для какого наибольшего натурального n верно неравенство $(1^3 + 2^3 + \dots + n^3) - 106(1 + 2 + \dots + n) + 105 \leq 0$?

5) На столе лежат по два одинаковых равносторонних треугольника 9 цветов со стороной 50 см. Найдите количество способов составить треугольник со сторонами по 1 м из 4 лежащих на столе треугольников так, чтобы маленькие треугольники, имеющие общую сторону, имели разный цвет.

6) Найдите количество интервалов, для которых выполнено неравенство

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+5} + \frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+7} > 0.$$

7) В треугольнике KLM известно, что $KL = 1$, $KM = 4$, $\angle K = 120^\circ$. Вписанная окружность треугольника касается стороны KM в точке P . Найдите длину KP .

8) Бельчонок Вася отправился из «шумного» в «спокойный» лес. В 14:00, когда Вася прошёл четверть пути, из «шумного» в «спокойный» лес выбежал бельчонок Петя, а из «спокойного» леса в «шумный» – бельчонок Яша. В 15:00 Петя догнал Васю, а в 15:30 встретил Яшу. Во сколько Вася встретил Яшу? *Ответ запишите в формате hh: mm.*

9) На отрезке KL длины 10 как на диаметре построена окружность. Через точку K проведена касательная к окружности, на которой выбрана точка P . Через точку P проведена прямая, отличная от KP , касающаяся окружности в точке M . Высота MH треугольника KLM пересекает отрезок LP в точке N . Найдите площадь треугольника MPN , если известно, что $LH:KH = 1:4$.

10) В каждую клетку квадратной таблицы 6×6 ставится одно из чисел $+1$ или -1 . Найдите количество расстановок, в которых произведение всех чисел любой строки и любого столбца является положительным числом?