

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

5 КЛАСС

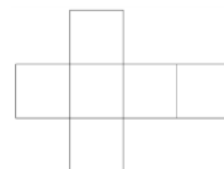
Общее количество баллов **100**. Решение каждой задачи оценивается Жюри из **20** баллов в соответствии с разработанными критериями и методикой оценки:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
20	Полное (верное) решение.
16-20	Верное решение. Имеются небольшие недочёты, в целом не влияющие на решение.
12-16	Решение в целом верное. Однако оно содержит ряд ошибок, либо не рассмотрены отдельные случаи, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений.
8-12	Верно рассмотрен один из двух существенных случаев.
6-8	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
2-6	Рассмотрены частные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0-2	Решение начато, но продвижение незначительное.
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

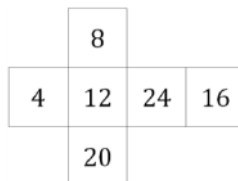
Указания к оцениванию отдельных задач содержатся в комментариях к решениям.

Вариант 1

1. На рисунке изображена развертка куба, состоящая из 6 квадратиков. Расставьте в квадратиках числа 4, 8, 12, 16, 20, 24, чтобы после того, как из развёртки сложили куб, сумма чисел на противоположных гранях была бы одинаковой.



Ответ. Например, так:



Комментарий. Верный пример – 20 баллов. Решение начато, но заметного продвижения нет – 1 балл.

2. Мама, папа и девять детей встали в ряд на прямой дорожке. Мама и папа стоят рядом на расстоянии 1 метра друг от друга. Могут ли дети встать так, что суммарное расстояние всех детей до мамы равно суммарному расстоянию всех детей до папы? Если да, приведите пример; если нет, объясните, почему.

Ответ. Нет.

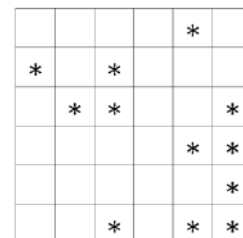
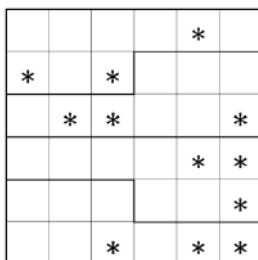
Решение. Пусть мама стоит левее папы. Тогда ребёнок, стоящий левее мамы, находится на 1 метр ближе к маме, чем к папе, а ребёнок, стоящий правее папы, находится на 1 метр ближе к папе, чем к маме. Чтобы суммы расстояний были равны, надо, чтоб слева от мамы

и справа от папы стояло поровну детей. Но мама и папа стоят рядом, а девяти детей нельзя разделить поровну.

Комментарий. Верное решение – 20 баллов. Указано, что 9 детей нельзя разделить на равные группы, но полного доказательства нет – 10 баллов. Решение начато, есть некоторое продвижение – 5 баллов. Не учтено, что мама и папа стоят рядом – 1 балл. Решение начато, но продвижение несущественно – 1 балл. Дан верный ответ без объяснений – 1 балл.

3. Разрежьте по линиям сетки фигуру, состоящую из одинаковых клеток, на 4 равные части так, чтобы в частях было одинаковое количество звёздочек.

Ответ. См. рисунок.



Комментарий. Верное разбиение – 20 баллов. Решение начато, есть продвижение – 5 баллов. Решение начато, но заметного продвижения нет – 1 балл.

4. Один из четверых бельчат разбил банку с мёдом. Серый заявил, что банку разбил Черныш. Но Черныш утверждал, что виноват Огнехвост. Рыжик сказал, что он не разбивал банку, а Огнехвост – что Черныш врёт. Только один из бельчат сказал правду. Кто сказал правду, и кто разбил банку?

Ответ. Правду сказал Огнехвост, разбил банку Рыжик.

Решение. Черныш и Огнехвост друг другу противоречат. Значит, один из них говорил правду. Так как правду говорил всего один, то Серый и Рыжик соврали. Значит, Рыжик разбил банку. Черныш сказал, что виноват Огнехвост, значит, он тоже соврал. Остаётся Огнехвост, он сказал, что Черныш врёт, и это правда.

Комментарий. Верное решение – 20 баллов. Пропущен один вариант – 15 баллов. Рассмотрен только один вариант, дающий ответ – 10 баллов. Решение начато, есть некоторое продвижение – 5 баллов. Решение начато, но продвижение несущественно – 1 балл. Дан верный ответ без объяснений – 1 балл.

5. На поляне растёт на 6 кустов меньше, чем деревьев. Прилетели птицы, и сели и на кусты, и на деревья. Сели они так, что на всех деревьях их было поровну, и на всех кустах поровну, но на дереве по крайней мере на 10 птиц больше, чем на кусте. На деревьях всего сидело 128 птиц. Сколько было кустов?

Ответ. 2.

Решение. Деревьев не меньше 7, так как их на 6 больше, чем кустов. На одном дереве птиц не меньше, чем 11, так как по крайней мере на 10 птиц больше, чем на одном кусте. Деревьев не может быть 12 или больше, так как тогда птиц на деревьях было бы $12 \cdot 11 = 132$ или больше. Значит, деревьев может быть 7 или 8 или 9 или 10 или 11. Но из них только число 8 является делителем числа 128. Значит, деревьев 8, а кустов на 6 меньше, то есть 2.

Комментарий. Верное решение – 20 баллов. Есть пробелы в обосновании – 15 баллов. Задача решена подбором, не показано, что других вариантов нет – 10 баллов. Решение начато, есть некоторое продвижение – 5 баллов. Решение начато, но продвижение несущественно – 1 балл. Дан верный ответ без объяснений – 1 балл.

Вариант 2

1. Сеня задумал два числа, потом вычел из большего меньшее, сложил оба числа и разность, и получил 68. Каким было большее из задуманных чисел?

Ответ. 34.

Решение. Вычитаемое плюс разность равно уменьшаемому. Поэтому удвоенное уменьшаемое равно 68.

Комментарий. Верное решение – 20 баллов. Результат получен на основе примеров и замечена, но не объяснена закономерность – 15 баллов. Результат получен на основе одного примера – 10 баллов. Решение начато, но продвижение несущественно – 1 балл. Дан верный ответ без объяснений – 1 балл.

2. В кедре два дупла. Бельчонок, сидящий перед вторым дуплом, сказал:

- 1) в другом дупле нет орехов,
- 2) хотя бы в одном дупле есть орехи.

Рыжие бельчата всегда говорят правду, а серые всегда врут. Какого цвета этот бельчонок?

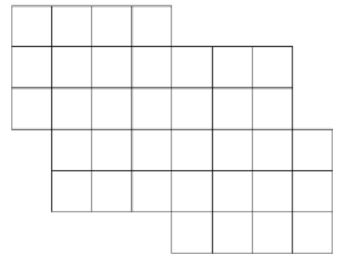
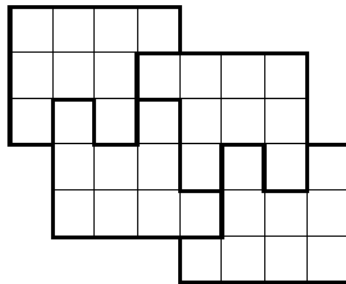
Ответ. Рыжий.

Решение. Предположим, что он серый, тогда обе фразы – неправда. Если вторая фраза ложна, то орехов нет ни в одном дупле. А если первая фраза ложна, то в другом дупле есть орехи, противоречие. Пусть бельчонок рыжий, тогда оба утверждения – правда. Тогда из второго следует, что где-то орехи есть, а из первого – что в первом дупле орехов нет. Значит, орехи во втором дупле.

Комментарий. Верное решение – 20 баллов. Рассмотрен только один вариант, дающий ответ – 10 баллов. Решение начато, есть некоторое продвижение – 5 баллов. Решение начато, но продвижение несущественно – 1 балл. Дан верный ответ без объяснений – 1 балл.

3. Разрежьте по линиям сетки фигуру, состоящую из одинаковых клеток, на 4 равные части.

Ответ. Например, так.



Комментарий. Верное разбиение – 20 баллов. Показана одна часть, а разбиения нет – 10 баллов. Решение начато, есть продвижение – 5 баллов. Решение начато, но заметного продвижения нет – 1 балл.

4. На каждую из клеток доски 6×6 заползли муравьи и сидят неподвижно. Количество муравьев в клетках, соседних по стороне, отличаются на 1. На одной из клеток сидит 4 муравья, на другой – 14 муравьев. Заполните всю доску числами, показывающими, сколько муравьев в каждой клетке.

Ответ. С точностью до поворота:

9	10	11	12	13	14
8	9	10	11	12	13
7	8	9	10	11	12
6	7	8	9	10	11
5	6	7	8	9	10
4	5	6	7	8	9

Решение. От одной клетки до другой можно проложить путь, состоящий из не более чем 10 переходов. Поскольку $14 - 4 = 10$, числа 4 и 14 стоят в максимально удаленных клетках – противоположных углах. После этого таблица заполняется однозначно.

Комментарий. Верное решение – 20 баллов. Обоснование неполное – 15 баллов. Только ответ (заполненная таблица) без обоснования – 10 баллов.

5. На детском празднике было 8 детей. Взрослые приготовили 16 пакетов с конфетами. В первом была 1 конфета, во втором 2 конфеты, и так далее, в 16-м пакете было 16 конфет. Каждому из восьми детей дали по одному пакету в начале праздника, и по одному пакету в конце праздника. Могло ли оказаться так, что каждому ребёнку досталось поровну конфет, причём в начале и в конце праздника было роздано одинаковое количество конфет?

Ответ. Да.

Решение. Сначала разделим пакеты на пары с равной суммой:

Начало	1	2	3	4	5	6	7	8
Конец	16	15	14	13	12	11	10	9

Каждый столбец в таблице соответствует одному ребёнку, значит, каждый получит по 17 конфет. Пусть первая строка соответствует подаркам, розданным в начале праздника, а вторая – в конце праздника. Надо сделать суммы равными, сейчас они отличаются на $(16 - 1) + (15 - 2) + (14 - 3) + (13 - 4) + (12 - 5) + (11 - 6) + (10 - 7) + (9 - 8) = 15 + 13 + 11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1 = 64$. Если мы перевернем первый и восьмой столбцы, сумма в первой строке увеличится на 16, и настолько же она увеличится, если перевернуть второй и седьмой столбцы. Поскольку вторая строка на столько же уменьшится, суммы станут равными. При этом каждый ребёнок по-прежнему получит 17 конфет.

Начало	16	15	3	4	5	6	10	9
Конец	1	2	14	13	12	11	7	8

Комментарий. Верное решение – 20 баллов. Есть значительное продвижение – 10 баллов. Решение начато, есть некоторое продвижение, но не указано распределение пакетов – 5 баллов. Решение начато, но продвижение несущественно – 1 балл. Только верный ответ «да» без объяснений – 0 баллов.

Вариант 3

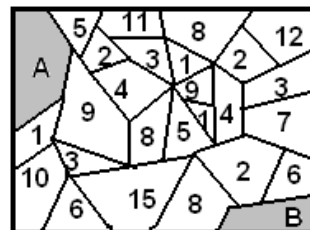
1. По кругу стоят семеро детей: Аня, Боря, Вася, Гена, Даша, Ева, Женя. Начиная с кого-то из детей, каждый третий по часовой стрелке уходит, а отсчет продолжают, пока не останется один человек. Например, если отсчёт начинают с Ани (Аня – первая), то уходит Вася, в следующей тройке Гена – первый, а Ева третья, она уходит, потом уходит Боря, и т.д. С кого надо начинать считать, чтобы осталась Ева?

Ответ. С Васи.

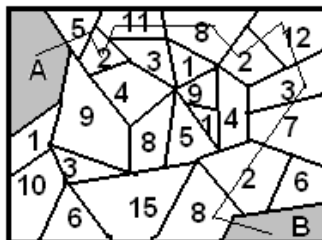
Решение. Начнём считать с Ани. Останется Гена. Значит, нужен сдвиг на 2 человека, и надо начинать с Васи. Тогда дети уходят в таком порядке: Даша, Аня, Гена, Боря, Женя, Вася.

Комментарий. Верное решение – 20 баллов. Решение начато, но верная последовательность выбывающих детей не указана – 5 баллов. Только верный ответ без объяснений – 1 балл.

2. Бельчонок идёт из точки *A* в точку *B*. По дороге он проходит через полянки. На рисунке указано, сколько на каждой полянке растёт грибов. Когда бельчонок заходит на полянку, он собирает полностью все грибы, и идёт на какую-нибудь соседнюю полянку, а на пустые полянки никогда не возвращается. Он прошёл из *AB*, и собрал ровно 60 грибов. Напишите по порядку, сколько грибов он собрал на каждой полянке.



Решение. Например, так: $5 + 2 + 11 + 8 + 2 + 12 + 3 + 7 + 2 + 8 = 60$.



Комментарий. Верный пример – 20 баллов. Сумма не равна 60 – 1 балл.

3. В первой четверти Маша и Лена получили вместе 23 пятёрки, Света и Маша получили вместе 18 пятёрок, а Света и Лена получили вместе 15 пятёрок. Сколько пятёрок получила каждая из девочек?

Ответ. Маша – 13, Лена – 10, Света – 5.

Решение. Все три девочки вместе получили половину от $(23 + 18 + 15) = 28$ пятёрок. Значит, Света получила $28 - 23 = 5$ пятёрок, Маша получила $18 - 5 = 13$ пятёрок, Лена получила $23 - 13 = 10$ пятёрок.

Комментарий. Верное решение – 20 баллов. Есть пробелы в обосновании – 15 баллов. Задача решена подбором, не показано, что других вариантов нет – 10 баллов. Решение начато, есть некоторое продвижение – 5 баллов. Решение начато, но продвижение несущественно – 1 балл. Дан верный ответ без объяснений – 1 балл.

4. Расставьте в клетках квадрата 6×6 числа 1, 2, 3 так, чтобы все 12 сумм по строкам и столбцам были разными.

Ответ. Например, так

3	3	3	3	3	3	18
3	3	3	3	3	1	16
3	3	3	3	1	1	14
3	3	2	1	1	1	11
3	2	1	1	1	1	9
2	1	1	1	1	1	7
17	15	13	12	10	8	

Комментарий. Верная расстановка – 20 баллов. В расстановке есть совпадающие суммы – 5 баллов.

5. Мама, папа, Вася и Нина лепили пельмени. Мама и Нина слепили на 4 пельменя больше, чем папа и Вася, а мама и папа – на 2 больше, чем Вася и Нина. Потом Вася и мама ушли, а Нина и папа продолжали лепить с той же скоростью, и каждый налепил ещё в два

раза больше пельменей, чем сначала. Кто теперь налепил больше пельменей, мама и папа вместе или Вася и Нина вместе?

Ответ. Поровну.

Решение. Две мамы, Нина и папа слепили на 3 пельменей больше, чем два Васи, Нина и папа, значит, мама слепила на 3 пельменя больше, чем Вася. Тогда Нина слепила на 1 пельмень больше, чем папа. После перерыва Нина слепила на 2 пельменя больше, чем папа, а всего вместе на 3 пельменя больше, чем папа. У мамы осталось на 3 пельменя больше, чем у Васи. Поэтому мама и папа налепили столько же пельменей, сколько Вася и Нина.

Комментарий. Верное решение – 20 баллов. Верный ответ получен на основе примера – 15 баллов. Ход решения (или рассмотрения примера) в целом верный, но содержит ошибку, из-за которой ответ неверен – снимается 5 баллов. Решение начато, есть некоторое продвижение – 5 баллов. Решение начато, но продвижение несущественно – 1 балл. Дан верный ответ без объяснений – 0 баллов.

Вариант 4

1. В классе 28 учеников. У 17 есть дома кошка, у 10 есть собака. У 5 учеников нет ни кошки, ни собаки. У скольких учеников есть и кошка, и собака?

Ответ. 4.

Решение. Учеников с кошками или собаками $28 - 5 = 23$. Если сложить $17 + 10 = 27$, то получается больше 23 за счёт тех, у кого есть и кошка, и собака, их посчитали два раза. Их число равно $27 - 23 = 4$.

Комментарий. Верное решение – 20 баллов. Решение начато, есть некоторое продвижение – 5 баллов. Решение начато, но продвижение несущественно – 1 балл. Дан верный ответ без объяснений – 1 балл.

2. У Бельчонка есть несколько пакетов с орехами. В двух – по 2 ореха, в трёх – по 3 ореха, в четырёх – по 4 ореха, в пяти – по 5 орехов. Помогите бельчонку расставить пакеты на двух полках так, чтобы на них было поровну как пакетов, так и орехов.

Решение. Например, $5 + 5 + 5 + 4 + 4 + 2 + 2 = 27$ орехов в 7 пакетах – первая полка, $5 + 5 + 4 + 4 + 3 + 3 + 3 = 27$ орехов в 7 пакетах – вторая полка.

Комментарий. Верное решение – 20 баллов. Решение начато, есть некоторое продвижение – 5 баллов. Решение начато, но продвижение несущественно – 1 балл. Решение неверно или отсутствует – 0 баллов.

3. Вася, Дима, Коля и Сергей, которые учатся в 5, 6, 7 и 8 классах, решили организовать рок-группу. Среди них есть саксофонист, клавишник, барабанщик и гитарист. Вася играет на саксофоне и учится не в 8 классе. Клавишник учится в 6 классе. Барабанщика зовут не Дима, Сергей – не клавишник и не ученик 5 класса. Дима учится не в 6 классе, а барабанщик – не в 8 классе. В каком классе учится Дима и на каком инструменте он играет?

Ответ. Дима учится в 8 классе и играет на гитаре.

Решение. По условию на саксофоне играет Вася, а Дима – не барабанщик. Но Дима и не клавишник, поскольку учится не в 6 классе, поэтому он играет на гитаре. Так как Сергей – не клавишник, то он является барабанщиком, а клавишником – Коля. Следовательно, Коля учится в 6 классе. Сергей учится не в 5 классе, а так как он барабанщик, то и не в 8-м. Значит, он семиклассник. Поскольку Вася учится не в 8 классе, то он из 5 класса, а в 8 классе учится Дима.

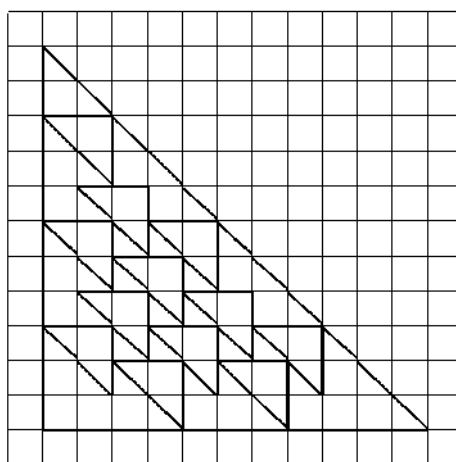
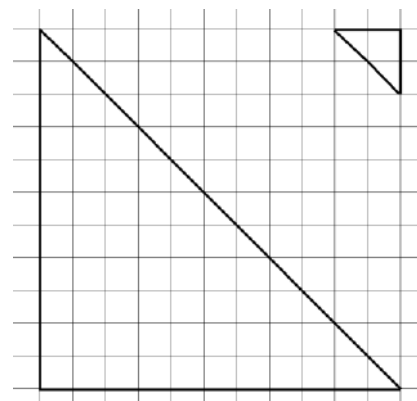
Комментарий. Верное решение – 20 баллов. Неполное обоснование – 15 баллов (несколько таблиц считаются обоснованием). Только ответ, в том числе и данный в виде итоговой заполненной таблицы при отсутствии пояснений, как она заполнялась – 10 баллов.

Решение начато, есть некоторое продвижение – 5 баллов. Решение начато, но продвижение несущественно – 1 балл. Дан верный ответ без объяснений – 1 балл.

4. На клетчатой бумаге нарисованы большой и маленький треугольники (все клетки квадратные одинакового размера). Сколько маленьких треугольников можно вырезать из большого треугольника? Треугольники нельзя поворачивать и переворачивать (у большого треугольника прямой угол слева внизу, у маленького треугольника прямой угол справа вверху).

Ответ. 12.

Решение. См. рисунок.



Комментарий. Верный рисунок с 12 треугольниками – 20 баллов. Неверный ответ с рисунком – 1 балл. Любой ответ без рисунка – 0 баллов.

5. В ряд выписаны в порядке возрастания все натуральные числа от 1 до 100 включительно. Под каждым числом этого ряда записано произведение его цифр. С получившимся рядом проделывают ту же самую процедуру и так далее. Сколько нечётных чисел будет находиться в пятом ряду?

Ответ. 19.

Решение. Заметим, что если число содержит в своей записи чётную цифру, то произведение цифр будет чётным. Но тогда и во всех последующих рядах произведение будет чётным. Найдем все произведения двух цифр в таблице умножения, записываемые с помощью нечётных цифр:

$$\begin{aligned} 1 &= 1 \cdot 1; & 3 &= 1 \cdot 3; & 5 &= 1 \cdot 5; & 7 &= 1 \cdot 7; \\ 9 &= 1 \cdot 9; & 9 &= 3 \cdot 3; & 15 &= 3 \cdot 5; & 35 &= 5 \cdot 7; \end{aligned}$$

Все остальные произведения содержат чётные цифры. Следовательно, произведения из нечётных цифр будут только под числами, состоящих из указанных цифр. Список чисел: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 31, 33, 35, 51, 53, 57, 71, 75, 91 – всего 19 штук.

Комментарий. Верное решение – 20 баллов. При верном ходе решения записано одно лишнее число или пропущено одно число – 18 баллов. Решение начато, есть некоторое продвижение – 5 баллов. Решение начато, но продвижение несущественно – 1 балл. Решение неверно или отсутствует – 0 баллов.