

**Задания заключительного этапа университетской олимпиады школьников
«Бельчонок» 2016 – 2017 учебного года
по предмету «Математика»**

5 класс

Вариант 1

Задание 1

В сундучке лежало поровну рубинов и изумрудов. Колдун превратил каждый рубин в пять красных жуков, а каждый изумруд в трёх зелёных жуков. Жуков оказалось больше 50. Какое наименьшее число изумрудов могло лежать в сундучке?

Решение: Каждая пара камней (рубин + изумруд) превратилась в 8 жуков. Значит, число жуков должно делиться на 8. Наименьшее подходящее число – 56. Значит, пар камней было 56: $8=7$, и столько же было изумрудов.

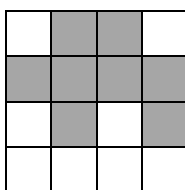
Ответ: 7

Задание 2

Можно ли в квадрате 4×4 покрасить половину клеток в чёрный цвет так, чтобы ни в одном квадрате 2×2 чёрных и белых клеток не было бы поровну?

Решение

Например, так:



Ответ: да

Задание 3

По лесу гуляло много бельчат,
И каждый встретил восемь ежат.
Каждый ежонок был очень рад,
Так как встретил двенадцать бельчат!
Вместе бельчат и ежат шестьдесят,
Сколько же было из них бельчат?

Решение: Число встреч равно как числу бельчат, умноженному на 8, так и числу ежат, умноженному на 12. Отсюда число бельчат относится к числу ежат как 12 к 8. Деля 60 в этом отношении, получаем 36 и 24.

Ответ: 36

Задание 4

У Миши были яблоки и апельсины, у Пети – апельсины и груши, у Васи – яблоки и груши. Рядом стояли пустые корзинки. Каждый из детей положил в корзинку по одному фрукту. Оказалось, что в любые две корзинки хотя бы один из детей положил разные фрукты. Могло ли корзинок быть 9?

Решение: Обозначим фрукты буквами: у Миши Я, А, у Пети а, Г, у Васи я, г. Возможные составы корзинок: Яая, Яаг, ЯГя, ЯГг, Аая, Ааг, АГя, АГг, всего 8. Если корзинок 9, то состав 9-й корзины совпадает с какой-нибудь, и в эти две корзины каждый из детей положил одни и те же фрукты, то есть условие не выполняется.

Ответ: нет

Задание 5

Бельчонок Гоша сказал: если не считать меня, тут бельчат в 4 раза больше, чем зайчат. А Тоша сказал: если не считать меня, тут зайчат на 20 меньше, чем бельчат. Кем был Тоша, зайчиком или бельчком?

Решение: Пусть Тоша был бельчком. Тогда число бельчат, не считая Гоши, и число зайчат, не считая Тоши, – одно и то же, и это число в 4 раза больше числа зайчат. Тогда разность этих чисел равна утроенному числу зайчат. Но по условию эта разность равна 20, а 20 не делится на 3. Значит, Тоша не может быть бельчком. Пусть теперь Тоша – зайчонок. Тогда, если считать и его, зайчат на 19 меньше, чем бельчат. А бельчат вместе с Гошей на 1 больше учетверённого числа зайчат. Тогда утроенное число зайчат плюс один равно 19, откуда число зайчат равно 6. Проверим выполнение условий. Без зайчика Тоши есть пятеро зайчат, бельчат на 20 больше, то есть их 25. Без бельчка Гоши их 24, и это в 4 раза больше числа зайчат.

Ответ: зайчком

Вариант 2

Задание 1

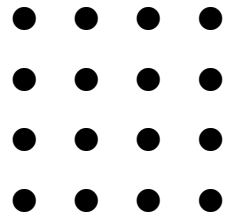
Бабушка испекла больше 60 блинчиков, и часть начинила творогом, а часть вишнями. Каждый мальчик съел 4 блинчика с творогом, а каждая девочка 3 блинчика с вишнями, и блинчиков не осталось. Мальчиков и девочек было поровну. Каково наименьшее возможное число мальчиков?

Решение: Каждая пара детей (мальчик и девочка) съела 7 блинчиков. Значит, число блинчиков должно делиться на 7. Наименьшее подходящее число – 63. Значит, пар детей было 9: $7 \cdot 9 = 63$, и столько же было мальчиков.

Ответ: 9

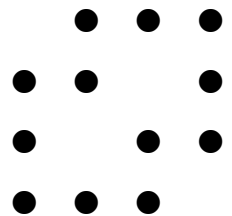
Задание 2

Фермер посадил 16 морковок в виде квадрата 4×4 (см. рисунок). Ночью заяц выдернул несколько морковок так, что никакие 4 из оставшихся не являлись вершинами квадрата со сторонами, направленными как у большого квадрата (наклонные квадраты рассматривать не надо). Какое наименьшее количество морковок выдернул заяц?



Решение:

Если выдернуть 4 морковки, как указано на рисунке, то никакие 4 из оставшихся не являются вершинами квадрата. Меньшим числом обойтись нельзя, так как в каждом из четырёх маленьких квадратов 2×2 необходимо убрать хотя бы одну морковку.



Ответ: 4

Задание 3

У каждого зайчонка – семь друзей бельчат. У каждого бельчонка – пять друзей зайчат.

Вместе тридцать шесть зверят,

Сколько же из них бельчат?

Решение: Число дружб равно как числу бельчат, умноженному на 5, так и числу зайчат, умноженному на 7. Отсюда число бельчат относится к числу зайчат как 7 к 5. Деля 36 в этом отношении, получаем 21 и 15.

Ответ: 21

Задание 4

Три мальчика набрали в поле цветов: первый – ромашек и васильков, второй – васильков и маков, третий – маков и ромашек. Они встретили несколько девочек, и каждый мальчик дал каждой девочке по одному цветку. Оказалось, что любимым двум девочкам хотя бы один мальчик дал разные цветы. Каково наибольшее число девочек, которые получили ромашку, василёк и мак?

Решение: Обозначим цветы буквами: у первого P, B , у второго B, M , у третьего M, p . Возможные составы букетов: $Pвр, Pвм, PMr, PMм, Bвр, Bвг, VMp, VMм$, всего 8. Из них два букета состоят из ромашки, василька и мака – $Pвм$ и VMp . Если девочек больше 8, то их букеты совпадают с какими-то из первых 8, и в совпадающие букеты каждый мальчик положил одни и те же цветы, то есть условие не выполняется.

Ответ: 2

Задание 5

У запасливого бельчонка есть еловые, кедровые и сосновые шишки. Половину от общего количества шишек составляли кедровые шишки, еловых шишек было на 26 меньше, чем кедровых. А сосновых шишек было в два раза меньше, чем кедровых и еловых вместе. Сколько шишек каждого вида у бельчонка?

Решение: Так как кедровых шишек – половина от общего количества, то еловых и сосновых вместе столько же, сколько кедровых. При этом еловых шишек на 26 меньше, чем кедровых, следовательно, эти 26 шишек – сосновые. Кедровых и еловых шишек в два раза больше, чем сосновых, то есть их $26 \cdot 2 = 52$, значит, всего шишек было $52 + 26 = 78$. Тогда кедровых шишек – половина от общего количества, то есть $78 : 2 = 39$, сосновых – 26, а еловых – $39 - 26 = 13$.

Ответ: 39 кедровых шишек, 26 сосновых шишек, 13 еловых шишек