

## 10 класс

### Вариант 1

*Работа рассчитана на 240 минут.*

**1. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)**

К числам 8 и 18 Олег добавил ещё одно натуральное число  $b$ , и обнаружил, что наименьшее общее кратное трёх чисел равняется 504. Сколько существует чисел  $b$ , обладающих таким свойством?

**2. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)**

На плоскости проведено несколько прямых. Каждая пересекается ровно с 101 другими. Сколько прямых могло быть?

**3. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)**

Все возможные пятизначные числа, составленные из цифр 1, 2, 5, расположены в порядке возрастания. Какое число будет стоять на 100-м месте слева?

**4. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)**

В треугольник  $ABC$  вписана окружность с центром  $O$  и радиусом  $r$ . Известно, что  $OA \geq OB \geq OC$ . Докажите, что  $OA^2 \geq 4r^2$  и  $OB^2 \geq 2r^2$ .

**5. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)**

Два бельчонка сидели на дорожке, ведущей к дереву с дуплом. Они увидели две шишки в разных местах этой дорожки. Проворный бельчонок побежал к ближайшей шишке со скоростью 7 км/час, а ленивый бельчонок пошёл к другой шишке со скоростью 3 км/час. После того как каждый из них взял свою шишку, он побежал к дереву с дуплом, и на этот раз их скорость была одинаковой, причем выражалась целым числом км/час. Ленивый бельчонок прибежал раньше. С какой наибольшей скоростью бельчата могли бежать с шишками?

**10 класс**

**Вариант 2**

*Работа рассчитана на 240 минут.*

**1. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)**

Первый бельчонок похвастался, что нашёл  $a$  орехов, а второй сообщил, что он нашёл  $b$  орехов. Оказалось, что наименьшее общее кратное чисел  $a$  и  $b$  равняется 1000, а каждое из чисел  $a, b$  меньше 1000. Сколько существует вариантов для количеств орехов, которые нашли первый и второй бельчонок?

**2. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)**

В пространстве проведено несколько плоскостей. Каждая пересекается ровно с 61 другими. Сколько могло быть плоскостей?

**3. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)**

Все возможные пятизначные числа, составленные из цифр 4, 6, 9, расположены в порядке возрастания. На каком месте будет стоять число 64649?

**4. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)**

Биссектрисы  $AP$  и  $CQ$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $O$ . Известно, что точки  $B, P, Q$  и  $O$  лежат на одной окружности. Может ли радиус этой окружности быть меньше радиуса окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ ?

**5. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)**

Два брата вышли из дома, чтобы поехать на стадион. На их улице было две троллейбусных остановки, и любой троллейбус шел до стадиона. Младший брат поспешил к ближайшей остановке со скоростью 8 км/час, а старший пошёл к другой остановке со скоростью 5 км/час. Скорость троллейбусов одинакова, причем выражается целым числом км/час. Ни одному из них не пришлось ждать троллейбуса, но старший брат приехал на стадион раньше. Какова наибольшая скорость, с которой мог двигаться троллейбус?