

10 класс

Вариант 1

Работа рассчитана на 240 минут.

1. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)

К числам 8 и 18 Олег добавил ещё одно натуральное число b , и обнаружил, что наименьшее общее кратное трёх чисел равняется 504. Сколько существует чисел b , обладающих таким свойством?

2. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)

На плоскости проведено несколько прямых. Каждая пересекается ровно с 101 другими. Сколько прямых могло быть?

3. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)

Все возможные пятизначные числа, составленные из цифр 1, 2, 5, расположены в порядке возрастания. Какое число будет стоять на 100-м месте слева?

4. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)

В треугольник ABC вписана окружность с центром O и радиусом r . Известно, что $OA \geq OB \geq OC$. Докажите, что $OA^2 \geq 4r^2$ и $OB^2 \geq 2r^2$.

5. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)

Два бельчонка сидели на дорожке, ведущей к дереву с дуплом. Они увидели две шишки в разных местах этой дорожки. Проворный бельчонок побежал к ближайшей шишке со скоростью 7 км/час, а ленивый бельчонок пошёл к другой шишке со скоростью 3 км/час. После того как каждый из них взял свою шишку, он побежал к дереву с дуплом, и на этот раз их скорость была одинаковой, причем выражалась целым числом км/час. Ленивый бельчонок прибежал раньше. С какой наибольшей скоростью бельчата могли бежать с шишками?

10 класс

Вариант 2

Работа рассчитана на 240 минут.

1. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)

Первый бельчонок похвастался, что нашёл a орехов, а второй сообщил, что он нашёл b орехов. Оказалось, что наименьшее общее кратное чисел a и b равняется 1000, а каждое из чисел a, b меньше 1000. Сколько существует вариантов для количеств орехов, которые нашли первый и второй бельчонок?

2. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)

В пространстве проведено несколько плоскостей. Каждая пересекается ровно с 61 другими. Сколько могло быть плоскостей?

3. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)

Все возможные пятизначные числа, составленные из цифр 4, 6, 9, расположены в порядке возрастания. На каком месте будет стоять число 64649?

4. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)

Биссектрисы AP и CQ треугольника ABC пересекаются в точке O . Известно, что точки B, P, Q и O лежат на одной окружности. Может ли радиус этой окружности быть меньше радиуса окружности, вписанной в треугольник ABC ?

5. Решение должно быть полным и обоснованным. (10 баллов)

Два брата вышли из дома, чтобы поехать на стадион. На их улице было две троллейбусных остановки, и любой троллейбус шел до стадиона. Младший брат поспешил к ближайшей остановке со скоростью 8 км/час, а старший пошёл к другой остановке со скоростью 5 км/час. Скорость троллейбусов одинакова, причем выражается целым числом км/час. Ни одному из них не пришлось ждать троллейбуса, но старший брат приехал на стадион раньше. Какова наибольшая скорость, с которой мог двигаться троллейбус?