<u>Ответы</u>

1 вариант

1) Например, $1/2017 < 2/(2017 + 2016)$.

Ответ: да.

2) Обозначим путь от ели к сосне, от сосны к кедру, от кедра к ели соответственно a, b, c. Тогда первое условие означает, что $a + b - c = 8$, а второе условие означает, что $c + b - a = 12$. Складывая, получим $2b = 20$, откуда $b = 10$.

Замечание. Можно обойтись без составления уравнений. Рассмотрим маршрут кедр-сосна-ель-кедр-сосна и маршрут кедр-ель-сосна. Путь кедр-ель на 8 метров короче, чем путь ель-сосна-кедр, путь ель-сосна на 12 метров короче, чем путь ель-кедр-сосна. Поэтому путь кедр-сосна-ель-кедр-сосна на $8 + 12 = 20$ метров длиннее, чем путь кедр-ель-сосна, или, что то же, путь сосна-ель-кедр. Но эти два маршрута отличаются на два отрезка кедр-сосна. Тогда длина одного отрезка (пути от кедра до сосны) равна $20 : 2 = 10$ (м).

Ответ: 10 метров.

3) Первым ходом Маша должна взять мандарин из первой вазы, и потом, если в вазе оказывается один мандарин, она будет его брать. Если такой вазы нет, она может брать из любой вазы, кроме тех, где лежат два мандарина. Число мандаринов в начале игры нечётно, значит, оно нечётно и перед любым ходом Маши, поэтому Маша всегда может взять из вазы, где лежат не два мандарина. После первого хода Маши нет вазы с одним мандарином. После хода Кати может появиться не больше одной вазы с одним мандарином, и Маша сразу заберёт его. Значит, и после следующих ходов Маши вазы с одним мандарином не будет, а после любого хода Кати будет не больше одной такой вазы. В частности, так будет и в конце игры, то есть трёх ваз с одним мандарином не будет, и Маша выиграет.

Ответ: Маша.

4) Из первого условия следует, что из каждой сотни кучек убираются две, а в остальные кучки этой сотни добавляется 98 монет. Поскольку общая сумма монет при этом становится меньше, то в двух кучках должно лежать больше, чем 98 монет, то есть в одной – больше, чем 49. Из второго условия следует, что к каждой сотне кучек прибавляются две, но число монет в кучках этой сотни уменьшается на 102 монеты. Поскольку общая сумма монет при этом также уменьшится, то в двух кучках должно лежать меньше, чем 102 монеты, то есть в одной – меньше, чем 51. Таким образом, в каждой кучке лежит по 50 монет.

Ответ: 50.

5) Из 15 разностей 8 нечётных, значит, в этих парах должны быть 8 чётных и 8 нечётных чисел. Остаются 7 чётных и 7 нечётных чисел. Чтобы разность была чётной, надо, чтобы числа, образующие эту разность, были оба чётными или оба нечётными. Но 7 нельзя разбить на пары.

Ответ: нельзя.

<u>Ответы</u>

2 вариант

1) Например, $2016, 125/2016, 1$.

Ответ: да.

2) Обозначим путь от №1 к №2, от №2 к №3, от №3 к №1 соответственно a, b, c. Тогда первое условие означает, что $a + b - c = 20$, а второе условие означает, что $c + b - a = 30$. Складывая, получим $2b = 50$, откуда $b = 25$.

Замечание. Можно обойтись без составления уравнений. Рассмотрим маршрут $3 - 2 - 1 - 3 - 2$ и маршрут $3 - 1 - 2$. Путь $3 - 1$ на 20 метров короче, чем путь $1 - 2 - 3$, путь $1 - 2$ на 30 метров короче, чем путь $1 - 3 - 2$. Поэтому путь $3 - 2 - 1 - 3 - 2$ на $8 + 12 = 20$ метров длиннее, чем путь $3 - 1 - 2$, или, что то же, путь $2 - 1 - 3$. Но эти два маршрута отличаются на два отрезка $3 - 2$. Тогда длина одного отрезка (пути от №3 до №2) равна $50: 2 = 25$ (м).

Ответ: 25 метров.

3) Первым ходом Чук должен взять камень из кучки с одним камнем, и потом, если в кучке оказывается один камень, он будет его брать. Если такой кучки нет, он может брать из любой кучки, кроме тех, где лежат два камня. Число камней в начале игры нечётно, значит, оно нечётно и перед любым ходом Чука, поэтому Чук всегда может взять из кучки, где лежат не два камня. После первого хода Чука нет кучки с одним камнем. После хода Гека может появиться не больше одной кучки с одним камнем, и Чук сразу заберёт его. Значит, и после следующих ходов Чука кучки с одним камнем не будет, а после любого хода Гека будет не больше одной такой кучки. В частности, так будет и в конце игры, то есть двух кучек с одним камнем не будет, и Чук выиграет.

Ответ: Чук.

4) Из первого условия следует, что из каждой сотни дупел убираются четыре, а в остальные дупла этой сотни добавляется 96 орехов. Поскольку общая сумма орехов при этом становится меньше, то в каждом дупле должно лежать больше, чем $96 : 4 = 24$ ореха. Из второго условия следует, что к каждой сотне дупел прибавляются четыре, но сумма орехов в этой сотне уменьшается на 104 ореха. Поскольку общая сумма орехов также

уменьшится, то в каждом дупле должно лежать меньше, чем $104 : 4 = 26$ орехов. Таким образом, в каждом дупле лежит по 25 орехов.

Ответ: 25.

5) Предположим, что это сделать удалось. У 5 отрезков чётной длины концы находятся в точках с координатами одной чётности, у 5 отрезков нечётной длины – в точках с координатами разной чётности. Значит, количество "нечётных" концов нечётно, что противоречит условию (среди чисел от 1 до 20 нечётных – 10).

Ответ: нельзя.