

11 класс

Вариант 1

- 1) Гарри Поттер принёс в банк алмазы, не более 30 штук, и обменял их в банке по 150 сиклей за каждый алмаз. Он оставил себе не меньше 5 и не больше 8 сиклей, а на оставшиеся купил подарки своим друзьям по цене 51 сикль за подарок. Сколько подарков купил Гарри?
- 2) В треугольнике ABC $\cos A + \sin B = \sqrt{2}$, а $\sin A + \cos B = \sqrt{2}$. Найдите градусную меру $\angle C$.
- 3) Около пятиугольника $ABCDE$ описана окружность. Пусть K – точка пересечения отрезков AC и BD , а N – точка касания отрезка CE и описанной около треугольника ABK окружности. Найдите градусную меру $\angle CNK$, если $\angle ECD = 40^\circ$.
- 4) Последовательность чисел $a_1, a_2, \dots, a_{2015}$ удовлетворяет следующим условиям: $a_1 = \frac{1}{2}$ и $a_1 + a_2 + \dots + a_n = n^2 a_n$, для всех $1 \leq n \leq 2015$. Найдите a_{2015} .
- 5) 30 бельчат-девочек и несколько бельчат-мальчиков собрались на опушке леса. Каждый бельчонок-мальчик знаком ровно с тремя бельчатами-девочками, а каждая бельчонок-девочка знакома с тремя другими бельчатами-девочками. Более того для любых двух знакомых друг с другом бельчат-девочек есть хотя бы один бельчонок-мальчик, который знаком с ними обеими. Какое наименьшее количество бельчат-мальчиков могло быть на опушке?

11 класс

Вариант 2

- 1) В одном из лесов проходила следующая акция: «Купи билет в Сказочный лес, приведи четырех друзей-белчат, которые также купят билет и получи обратно стоимость билета». Оказалось, что за всё время действия акции всех покупателей, кроме 13 белчат, которые пришли сами, привели друзья. Некоторые из белчат привели по 4 новых белчонка, а остальные 100 не привели никого. Сколько белчат отправились в Сказочный лес бесплатно?
- 2) Для некоторых углов α и β выполнены неравенства $\sin \alpha > \cos \beta > 0$ и $\cos \alpha > \sin \beta$. Докажите, что $\sin \beta < 0$.
- 3) Окружность, проведенная через вершины A и B остроугольного треугольника, пересекает сторону AC в точке K , а сторону BC – в точке L , и проходит через центр описанной окружности треугольника KCL . Известно, что M – точка пересечения отрезков AL и BK , а $\angle ACB = 2\angle AMK$. Найдите градусную меру $\angle ACB$.
- 4) Последовательность чисел $a_1, a_2, \dots, a_{2015}$ удовлетворяет условиям $a_1 = \frac{1}{2}$ и $a_{n+1} = a_n - a_n^2$, для всех $1 \leq n \leq 2015$. Верно ли, что $a_{2014} < \frac{1}{2015}$?
- 5) 55 белчат познакомились между собой. Каждому из них понравилось не менее 46 белчат. Докажите, что найдутся трое белчат, каждому из которых понравились двое других.