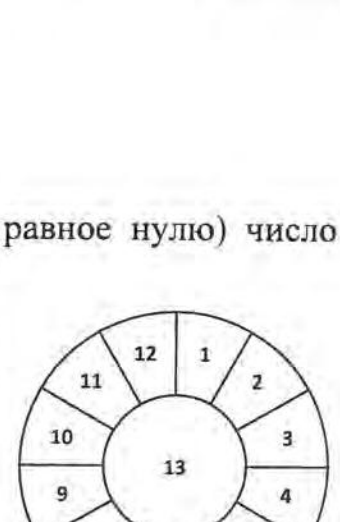
Для Вашего удобства здесь оставлены только задания.

Файл с решениями также выложен в сети Интернет.

10 класс

Вариант 1

1) В каждой из тарелок находится произвольное (не равное нулю) число орехов. Разрешается одновременно убирать из тарелок одинаковое число орехов или увеличивать вдвое число орехов в одной из тарелок. Вася утверждает, что с



помощью этих операций он может убрать из тарелок все орехи. Прав ли Вася?

2) Сколькими способами можно раскрасить все 13 частей фигуры, представленной на рисунке, в три цвета так, чтобы никакие две одинаково окрашенные части не имели общей границы? Две раскраски считаются различными, если хотя бы одна из 13 частей окрашена по-разному.

3) Пусть p, q – целые числа и x_1, x_2 – решения квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$. Возможно ли, что $|x_1 - x_2| = \sqrt{2015}$?

4) В треугольнике ABC на стороне AC отмечена точка D так, что $2AD = DC$. Из точки D опускается перпендикуляр DE на отрезок BC. Отрезки BD и AE пересекаются в точке F. Оказалось, что треугольник BEF равносторонний. Найдите градусную меру $\angle ADB$.

5) Начиная с точки $(1;1)$ камень двигается по координатной плоскости по следующим правилам:

• из любой точки (a,b) камень можно передвинуть в точку $(2a,b)$, либо точку $(a,2b)$;

• из любой точки (a,b) камень можно передвинуть в точку $(a-b,b)$, если $a > b$, и в точку $(a,b-a)$, если $b > a$.

Можно ли из точки $(1;1)$ передвинуть камень в точки а) $(2014;2015)$; б) $(2015;2015)$?

10 класс

Вариант 2

1) В 100 ящиках лежат 2015 карандашей, причем известно, что в первом ящике 10 карандашей, во втором 35 карандашей. Разрешается взять из любого ящика ровно 7 карандашей или ровно 15 карандашей (если, конечно, это возможно) и переложить их в любой другой ящик. Можно ли с помощью таких операций собрать все карандаши в одном ящике?

2) Сколькими способами можно отрезок длины 25 разделить на три части, из которых можно сложить равнобедренный треугольник, длины сторон которого – натуральные числа?

3) Все коэффициенты квадратного трехчлена нечетные целые числа. Возможно ли, что число $\frac{1}{2015}$ является его корнем?

4) В остроугольном треугольнике ABC высоты AK и BL пересекаются в точке H. Около треугольника ABH описана окружность, которая пересекает отрезки AC и BC в точках M и N, отличных от концов. Докажите, что $MN = 2KL$.

5) В одной необычной стране билет на автобус стоит 1 рубль. В одном из автобусов оказались 20 бельчат, имеющие только монеты в 2 и 5 рублей, и кондуктор, у которого вообще не было денег. Однако в итоге все бельчата заплатили за проезд и получили сдачу. Какое наименьшее количество денег могло быть у бельчат?

11 класс

Вариант 1

1) Гарри Поттер принёс в банк алмазы, не более 30 штук, и обменял их в банке по 150 сиклей за каждый алмаз. Он оставил себе не меньше 5 и не больше 8 сиклей, а на оставшиеся купил подарки своим друзьям по цене 51 сикль за подарок. Сколько подарков купил Гарри?

2) В треугольнике ABC $\cos A + \sin B = \sqrt{2}$, а $\sin A + \cos B = \sqrt{2}$. Найдите градусную меру $\angle C$.

3) Около пятиугольника $ABCDE$ описана окружность. Пусть K – точка пересечения отрезков AC и BD, а N – точка касания отрезка CE и описанной около треугольника ABK окружности. Найдите градусную меру $\angle CNK$, если $\angle ECD = 40^\circ$.

4) Последовательность чисел $a_1, a_2, \dots, a_{2015}$ удовлетворяет следующим условиям: $a_1 = \frac{1}{2}$ и $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 a_n$, для всех $1 \le n \le 2015$. Найдите a_{2015}.

5) 30 бельчат-девочек и несколько бельчат-мальчиков собрались на опушке леса. Каждый бельчонок-мальчик знаком ровно с тремя бельчатами-девочками, а каждая бельчонок-девочка знакома с тремя другими бельчатами-девочками. Более того для любых двух знакомых друг с другом бельчат-девочек есть хотя бы один бельчонок-мальчик, который знаком с ними обеими. Какое наименьшее количество бельчат-мальчиков могло быть на опушке?