7 класс

Вариант 1

1) Поскольку в каждой семье есть дети, и у каждого мальчика есть сестра, то в каждой семье есть хотя бы одна девочка, т.е. количество девочек не меньше, чем количество семей. Мальчиков больше, чем девочек, значит, их количество больше, чем количество семей. Так как взрослых в каждой семье двое, то общее количество детей больше, чем общее количество взрослых.

Ответ: бельчат-детей больше.

2) да, существуют, например, $\frac{1}{1000}+\frac{999}{1000}>\frac{2}{5}$ и $\frac{1000}{1}+\frac{1000}{999}>\frac{5}{2}$.

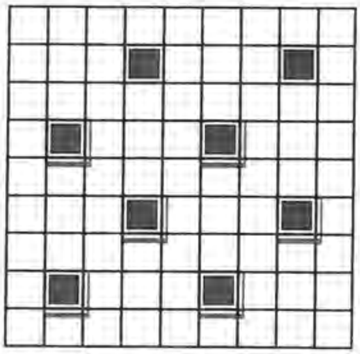
Ответ: да, существуют.

3) Максимальное количество грибов, найденных гномами, равно $9+10+11+12+13+14+15=84$. Минимальное количество грибов, найденных козлятами, равно $1+2+3+4+5+6+7=28$. Только в этом случае достигается разность $84-28=56$. Поэтому Белоснежка нашла 8 грибов.

Ответ: 8.

4) Треугольники APC и BCQ равнобедренные. Отсюда и по теореме о внешнем угле треугольника получаем: $\angle ACP = \angle APC = \frac{1}{2}\angle BAC$, $\angle BCQ = \angle BQC$. Тогда $\angle PCQ = \angle BCA + \angle BCQ + \angle ACP = 90^\circ + \frac{1}{2}(\angle CBA + \angle BAC) = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$.

Ответ: 135°.



5) Разрежем весь квадрат на 9 квадратов, поскольку черных квадратиков ровно 8, то по крайней мере в одном из этих квадратов нет черного квадратика. Поэтому квадрат площадью 9 всегда можно вырезать.

Покажем, что прямоугольник большего размера не всегда можно вырезать. Для этого достаточно покрасить в черный цвет квадратики, как это показано на рисунке. Здесь можно вырезать или квадратик или прямоугольник, большей площади прямоугольник вырезать нельзя.

Ответ: 9.

<u>7 класс</u>

<u>Вариант 2</u>

1) 9 бельчат, которые ничего не ответили, составляют $100 - 37{,}5 - 56{,}25 = 6{,}25\%$, т.е. 16-ю часть от общего количества опрошенных бельчат. Значит, всего было опрошено 144 бельчонка.

Ответ: 144 бельчонка.

2) да, например, $\frac{1}{2} + \frac{4}{8} + \frac{2}{1} + \frac{8}{4} - \frac{3}{3} - \frac{5}{5} - \frac{6}{6} - \frac{7}{7} - \frac{9}{9} = 0$

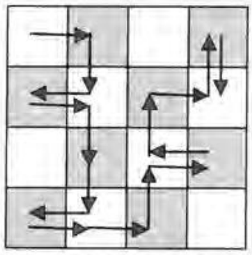
Ответ: да, можно.

3) Пусть x – количество положительных чисел, y – количество отрицательных, z – нолей среди данных чисел. По условию $x + y + z = 20$ и $xy = 34$. Число 34 раскладывается в произведение двух множителей лишь следующими способами: $34 = 1 \cdot 34$, $34 = 2 \cdot 17$. В первом случае сумма множителей больше 20, следовательно, $z = 20 - 2 - 17 = 1$.

Ответ: 1.

4) Так как $AB = AC$ и $BN = BM$, получаем, что $AM = CN$. Кроме того, $\angle BAC = \angle BCA$ (углы при основании равнобедренного треугольника). Рассмотрим треугольники ACM и CAN. Так как у них общая сторона AC, эти треугольники равны (по двум сторонам и углу между ними). Следовательно, $\angle MCA = \angle NAC = 25^\circ$. Тогда из треугольника APC получим, что $\angle APC = 180^\circ - (25^\circ + 25^\circ) = 130^\circ$.

Ответ: 130°.



5) Нарисуем путь «Бельчонка» на шахматной доске, где уже сделана раскраска. Так как изначально доска была белая, «Бельчонок» должен был зайти на каждую черную клетку, поэтому он сделал не менее 8 «полезных» ходов. Но после хода на черную клетку следующий ход приводит «Бельчонка» на белую клетку, поэтому кроме полезных ходов «Бельчонок» совершил по крайней мере 7 «лишних» ходов. Осталось заметить, что каждую белую клетку, где побывал «Бельчонок», он должен был перекрасить четное число раз, т.е. на каждой белой клетке он побывал четное число раз. Поэтому, на самом деле, количество «лишних» ходов должно быть четным, т.е. не менее 8. Пример оптимального маршрута показан на рисунке.

Ответ: 16.