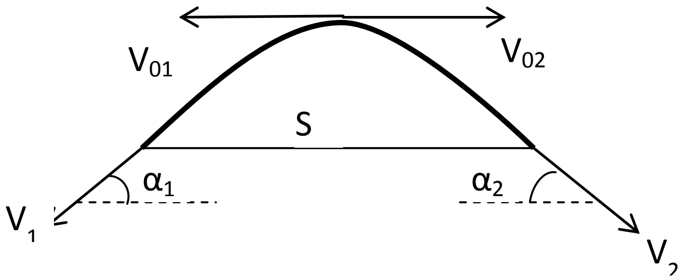
9 класс

Вариант 1

Решения

1.



2.
3.
4.

Можно утверждать, что в процессе полета оба тела всегда будут находиться на одной горизонтали. Относительная скорость тел постоянная:

$$v_o = v_{01} + v_{02}.$$

Найдем время движения тел до тех пор, пока их скорости не станут взаимно перпендикулярными. В этот момент скорости будут составлять с горизонтом углы α_1 и α_2 соответственно, причем

$$tg\alpha_1 = \frac{gt}{v_{01}}, \text{ а } tg\alpha_2 = \frac{gt}{v_{02}}.$$

Перемножим последние выражения, учитывая, что $tg\alpha_1 = ctg\alpha_2$:

$$v_{01}v_{02} = g^2t^2.$$

Отсюда найдем время движения тел:

$$t = \frac{\sqrt{v_{01}v_{02}}}{g}.$$

Тогда искомое расстояние будет равно:

$$S = v_o t = (v_{01} + v_{02})\frac{\sqrt{v_{01}v_{02}}}{g} = 6{,}2\,\text{м}.$$

2. Горизонтальная составляющая скорости камня остается постоянной все время движения (сопротивлением воздуха пренебрегаем):

$$v_X = v_0 \cos\alpha .$$

Вертикальная составляющая скорости зависит от времени полета по закону:

$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt .$$

Время полета камня T известно. Тогда величину скорости падения камня в воду легко найти по теореме Пифагора:

$$v = \sqrt{v_0^2 \cos^2\alpha + \left(v_0 \sin\alpha - gT\right)^2} = 10\sqrt{3} \approx 17\text{ м/с}.$$

3. На шарик со стороны жидкости действуют сила Архимеда и сила вязкого трения. Таким образом, закон динамики выглядит следующим образом:

$$F_A + F_{TP} - mg = ma .$$

Тогда вес шарика равен

$P = F_A + F_{TP} = m(g + a)$, т.е. вес превышает силу тяжести.

4. Обозначим V_0 – объем пробки, V_1 и V_2 – объемы надводной части пробки до и после откачки, ρ – плотность воды, ρ_1 – плотность воздуха, ρ_2 – плотность пробки. Запишем условия плавания пробки до и после откачки:
$$\rho_1 V_1 g + \rho(V_0 - V_1)g - \rho_2 V_0 g = 0,$$
$$\rho(V_0 - V_2)g - \rho_2 V_0 g = 0.$$
Откуда
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\rho - \rho_1}{\rho} = 1 - \frac{\rho_1}{\rho}.$$
Надводная часть пробки потеряла в объеме:
$$\alpha = \frac{V_1 - V_2}{V_1} = 1 - \frac{V_2}{V_1} = \frac{\rho_1}{\rho} \approx 0{,}0013 = 0{,}13\%.$$
5. Найдем период вращения сверла:
$$T = \frac{\pi d}{v}.$$
Затем найдем количество оборотов:
$$n = \frac{t}{T} = \frac{tv}{\pi d}.$$

Тогда глубина отверстия:

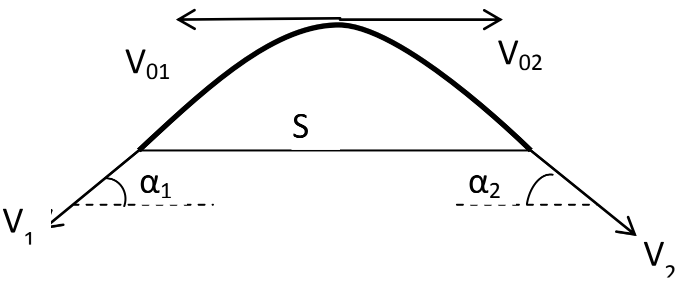
$$H = nh = \frac{tvh}{\pi d} = 24\,\text{см}.$$

9 класс

Вариант 2

Решения

5.



6.
7.
8.

Можно утверждать, что в процессе полета оба тела всегда будут находиться на одной горизонтали. Относительная скорость тел постоянная:

$$v_o = v_{01} + v_{02}.$$

Найдем время движения тел до тех пор, пока их скорости не станут взаимно перпендикулярными. В этот момент скорости будут составлять с горизонтом углы α_1 и α_2 соответственно, причем

$$tg\alpha_1 = \frac{gt}{v_{01}}, \text{ а } tg\alpha_2 = \frac{gt}{v_{02}}.$$

Перемножим последние выражения, учитывая, что $tg\alpha_1 = ctg\alpha_2$:

$$v_{01}v_{02} = g^2t^2.$$

Отсюда найдем время движения тел:

$$t = \frac{\sqrt{v_{01}v_{02}}}{g}.$$

Тогда искомое расстояние будет равно:

$$S = v_o t = (v_{01} + v_{02})\frac{\sqrt{v_{01}v_{02}}}{g} = 2{,}5\,\text{м}.$$

2. Горизонтальная составляющая скорости камня остается постоянной все время движения (сопротивлением воздуха пренебрегаем):

$v_X = v_0 \cos\alpha$.

Вертикальная составляющая скорости зависит от времени полета по закону:

$v_y = v_0 \sin\alpha - gt$.

Время полета камня Т известно. Тогда величину скорости падения камня в воду легко найти по теореме Пифагора:

$v = \sqrt{v_0^2 \cos^2\alpha + (v_0 \sin\alpha - gT)^2} \approx 9{,}2$ м/с.

3. На шарик со стороны жидкости действуют сила Архимеда и сила вязкого трения. Таким образом, закон динамики выглядит следующим образом:

$mg - F_A - F_{TP} = ma$.

Тогда вес шарика равен

$P = F_A + F_{TP} = m(g - a)$, т.е. вес меньше по модулю силы тяжести.

6. Обозначим V_0 – объем пробки, V_1 и V_2 – объемы надводной части пробки до и после откачки, ρ – плотность керосина, ρ_1 – плотность воздуха, ρ_2 – плотность пробки. Запишем условия плавания пробки до и после откачки:
   $\rho_1 V_1 g + \rho(V_0 - V_1)g - \rho_2 V_0 g = 0$,
   $\rho(V_0 - V_2)g - \rho_2 V_0 g = 0$.
   Откуда
   $\frac{V_2}{V_1} = \frac{\rho - \rho_1}{\rho} = 1 - \frac{\rho_1}{\rho}$.
   Надводная часть пробки потеряла в объеме:
   $\alpha = \frac{V_1 - V_2}{V_1} = 1 - \frac{V_2}{V_1} = \frac{\rho_1}{\rho} \approx 0{,}0016 = 0{,}16\%$.
7. Найдем период вращения сверла:
   $T = \frac{\pi d}{v}$.
   Затем найдем количество оборотов:
   $n = \frac{t}{T} = \frac{tv}{\pi d}$.
   Тогда глубина отверстия:

$$H = nh = \frac{tvh}{\pi d} = 60{,}96\,\text{см}.$$