

7 класс

Вариант 1

Решения

1. Обозначим весь путь за S и выразим времена:

$$t_1 = \frac{S}{2v_1}; \quad t_2 = \frac{S}{2v_2}; \quad t = t_1 + t_2 = \frac{S}{2} \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right).$$

Путь за половину времени выражается через скорости следующим образом:

$$\frac{S}{2} + \Delta S = \frac{3v_1 - v_2}{4v_1} S.$$

Тогда найдем среднюю скорость за половину времени:

$$V_{cp} = \frac{S/2 + \Delta S}{t/2} = \frac{(3v_1 - v_2)v_2}{v_1 + v_2} = 56 \text{ км/ч.}$$

2. Ось OX направим вдоль наклонной плоскости, а OY перпендикулярно ей, тогда уравнения динамики запишутся следующим образом:

$$OY: N - mg \cos \alpha = 0;$$

$$OX: mg \sin \alpha - F_{TP} = 0.$$

Откуда сила трения покоя равна:

$$F_{TP} = mg \sin \alpha = 4,9 \text{ Н.}$$

А максимальная сила трения скольжения:

$$F_{TP \max} = \mu N = \mu mg \cos \alpha = 5,9 \text{ Н.}$$

Из полученных результатов делаем вывод о том, что брусок покоится и на него действует сила трения покоя в 4,9 Н.

3. Чтобы сравнить единицу измерения угла, соответствующую длине дуги l окружности радиусом R , с угловым градусом, следует учесть, что одному градусу соответствует длина дуги

$$l_1 = \frac{2\pi R}{360}.$$

Тогда отношение

$$k_l = \frac{l}{l_1} = 360 \frac{l}{2\pi R}$$

покажет, сколько угловых градусов составляет выбранная единица измерения угла. Принимая во внимание, что румбу, радиану и граду соответствуют длины дуг

$$l = l_{\text{румб}} = \frac{2\pi R}{32}; \quad l = l_{\text{радиан}} = R; \quad l = l_{\text{град}} = \frac{\pi R}{200},$$

находим

$$1 \text{ румб} = 11.25^\circ; \quad 1 \text{ радиан} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57,3^\circ; \quad 1 \text{ град} = 0,9^\circ.$$

4. Так как измеренная плотность медного куба оказалась равной $7/8$ от известной плотности меди, то и масса куба будет составлять $7/8$ от массы сплошного медного куба. По этой причине объём полости должен составлять $1/8$ объёма куба. Длина ребра кубической полости будет в два раза меньше длины ребра куба, тогда объём полости будет в 8 раз меньше объёма куба. Таким образом, длина ребра кубической полости будет равна 5 см.

5. За год разница между годом астрономическим T_a и годом календарным T_k составит

$$T_k - T_a = 674 \text{ с.}$$

По прошествии n лет разность между юлианским календарем и астрономическим будет

$$T = (T_k - T_a)n.$$

Полагая в этом соотношении $T = 1$ сутки, то есть $T = 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ с}$, найдём

$$n = \frac{T}{T_k - T_a} = \frac{24 \cdot 3600}{674} = 128 \text{ лет.}$$

7 класс

Вариант 2

Решения

1. Обозначим весь путь за S и выразим времена:

$$t_1 = \frac{S}{2v_1}; \quad t_2 = \frac{S}{2v_2}; \quad t = t_1 + t_2 = \frac{S}{2} \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right).$$

Путь за половину времени выражается через скорости следующим образом:

$$\frac{S}{2} + \Delta S = \frac{3v_1 - v_2}{4v_1} S.$$

Тогда найдем среднюю скорость за половину времени:

$$V_{cp} = \frac{S/2 + \Delta S}{t/2} = \frac{(3v_1 - v_2)v_2}{v_1 + v_2} = 16,8 \text{ км/ч}.$$

2. Ось OX направим вдоль наклонной плоскости, а OY перпендикулярно ей, тогда уравнения динамики запишутся следующим образом:

$$OY: N - mg \cos \alpha = 0;$$

$$OX: mg \sin \alpha - F_{TP} = 0.$$

Откуда сила трения покоя равна:

$$F_{TP} = mg \sin \alpha = 4,9 \text{ Н}.$$

А максимальная сила трения скольжения:

$$F_{TP \max} = \mu N = \mu mg \cos \alpha = 4,2 \text{ Н}.$$

Из полученных результатов делаем вывод о том, что брусок скользит и на него действует сила трения $4,2 \text{ Н}$.

3. Чтобы сравнить единицу измерения угла, соответствующую длине дуги l окружности радиусом R , с угловым градусом, следует учесть, что одному градусу соответствует длина дуги

$$l_1 = \frac{2\pi R}{360}.$$

Тогда отношение

$$k_l = \frac{l}{l_1} = 360 \frac{l}{2\pi R}$$

покажет, сколько угловых градусов составляет выбранная единица измерения угла. Принимая во внимание, что румбу, радиану и граду соответствуют длины дуг

$$l = l_{\text{румб}} = \frac{2\pi R}{32}; \quad l = l_{\text{радиан}} = R; \quad l = l_{\text{град}} = \frac{\pi R}{200},$$

находим

$$1 \text{ румб} = 11.25^\circ; \quad 1 \text{ радиан} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57,3^\circ; \quad 1 \text{ град} = 0,9^\circ.$$

4. Так как известна масса $m = 712 \text{ г}$, и плотность $\rho = 8,9 \text{ г/см}^3$, можно определить объем, занятый медью $V_m = m / \rho = 80 \text{ см}^3$. Тогда объем пустот равен $V_{\text{п}} = V - V_m = 100 - 80 = 20 \text{ (см}^3\text{)}$.

5. За год разница между годом астрономическим T_a и годом календарным T_k составит

$$T_k - T_a = 674 \text{ с.}$$

По прошествии n лет разность между юлианским календарем и астрономическим будет

$$T = (T_k - T_a)n.$$

Полагая в этом соотношении $T=2$ суток найдём

$$n = \frac{T}{T_k - T_a} = 256 \text{ лет.}$$