

21-я Столичная физико-математическая олимпиада МФТИ

Математика

11 класс

11.1-1. Назовем число *интересным*, если любые две его соседние цифры отличаются на 2. Сколько 14-значных интересных чисел делится на 11?

11.1-2. Назовем число *интересным*, если любые две его соседние цифры отличаются на 2. Сколько 18-значных интересных чисел делится на 11?

11.2-1. Пусть S_n – сумма первых n членов геометрической прогрессии со знаменателем 2. Известно, что $\frac{(S_{3n} - S_{2n})^2}{S_n(S_{4n} - S_{3n})} = 2048$. Найдите n .

11.2-2. Пусть S_n – сумма первых n членов геометрической прогрессии со знаменателем 2. Известно, что $\frac{(S_{4n} - S_{3n})^2}{S_n(S_{6n} - S_{5n})} = 4096$. Найдите n .

11.3-1. Докажите, что уравнение $x^{999} + 2x^{998} + 3x^{997} + \dots + 999x + 1000 = 0$ не имеет решений в целых числах

11.3-2. Докажите, что уравнение $x^{499} + 2x^{498} + 3x^{497} + \dots + 499x + 500 = 0$ не имеет решений в целых числах

11.4-1. Для выпуклого четырехугольника $ABCD$ выполняется свойство: проекции противоположных сторон на одну диагональ имеют равные длины, и проекции противоположных сторон на вторую диагональ имеют равные длины (проекции лежат на диагоналях). Какое наибольшее значение может принимать $\angle ABC$, если $\angle BCD = 55^\circ$?

11.4-2. Для выпуклого четырехугольника $ABCD$ выполняется свойство: проекции противоположных сторон на одну диагональ имеют равные длины, и проекции противоположных сторон на вторую диагональ имеют равные длины (проекции лежат на диагоналях). Какое наименьшее значение может принимать $\angle BCD$, если $\angle ADC = 100^\circ$?