

11 класс

1. Окружность, центр которой расположен в первой координатной четверти, касается оси Ox в точке M , пересекает две гиперболы $y = \frac{k_1}{x}$ и $y = \frac{k_2}{x}$ ($k_1, k_2 > 0$) в точках A и B таких, что прямая AB проходит через начало координат O . Известно, что param1 . Найдите **наименьшую** возможную длину отрезка OM .

param1	Ответ
$4k_1 + k_2 = 11$	
$4k_1 + k_2 = 13$	
$4k_1 + k_2 = 15$	
$4k_1 + k_2 = 17$	
$4k_1 + k_2 = 19$	

2. Функция $f(x; y)$, определенная на парах действительных чисел, удовлетворяет условиям $f(a; a) = 0$, $f(a; f(b; c)) = f(a; b) + c$ для любых a, b, c . Найдите param1 .

param1	Ответ
$f(11; 13,6)$	
$f(3,5; 7)$	
$f(25; 18,3)$	
$f(-2; 7,5)$	
$f(1,1; -5)$	

3. У Васи есть кубики трех цветов. Он строит из них башню, ставя каждый следующий кубик на предыдущий. Запрещено использовать более param1 кубиков каждого из цветов. Вася заканчивает строить башню, как только в ней окажется по param1 кубиков каких-то двух цветов. Сколько различных башен может построить Вася?

param1	Ответ
5	
6	
7	
4	

4. В основании треугольной пирамиды $DABC$ лежит равнобедренный остроугольный треугольник ABC ($AC=BC$). Известно, что $CB>AD$, а ребро DA перпендикулярно плоскости ABC . Рассматриваются проекции пирамиды $DABC$ на плоскости, содержащие прямую AC . Известно, что наибольшая площадь такой проекции равна $param1$, наименьшая равна $param2$, а площадь треугольника ABC равна $param3$. Найдите объём пирамиды $DABC$. **В ответ запишите квадрат объёма.**

param1	param2	param3	Ответ
39	15	36	
51	24	45	
75	21	72	
37	12	35	
41	9	40	

5. Найдите все значения параметра a , при которых каждый из корней уравнения $param1$. В ответ запишите сумму целых значений параметра таких, что их модуль меньше $param2$.

param1	param2	Ответ
$x^3 - 3x - a = 0$ не меньше, чем $\frac{a}{10} + \frac{6}{5}$	61	
$x^3 - 12x - a = 0$ не меньше, чем $\frac{a+70}{27}$	261	
$3x^3 - 9x - a = 0$ не меньше, чем $\frac{a}{30} + \frac{6}{5}$	161	
$x^3 - 3x + a = 0$ не больше, чем $-\frac{a}{10} + \frac{6}{5}$	56	
$x^3 - 12x + a = 0$ не больше, чем $\frac{70-a}{27}$	271	

6. Пусть H – точка пересечения высот остроугольного треугольника ABC . Из точек A и C проведены касательные AK и CT к окружности, построенной на отрезке BH как на диаметре. Пусть $param1$ и $param2$ – длины этих касательных. Каково **наименьшее** возможное значение длины стороны AC ? В ответ запишите квадрат длины AC .

param1	param2	Ответ
11	13	
12	17	
13	16	
15	17	
15	19	

7. Медиана AM и высота BH треугольника ABC (H – на стороне AC) пересекаются в точке P . Найдите PH , если $AM = BH = param1$, $MN = param2$, где N – точка пересечения продолжения AM с окружностью, описанной около треугольника ABC . В ответ запишите сумму возможных значений PH .

param1	param2	Ответ
49	13	
196	61	
100	37	
49	19	
48	13	

8. Последовательность задана формулой $x_{n+1} = param1x_n + \sqrt{(param1^2 - 1)x_n^2 + param2}$. Известно, что $x_{2017} + x_{2023} = param3$. Найдите x_{2020} .

param1	param2	param3	Ответ:
2	2	104	
2	3	208	
3	2	198	
3	2	990	
4	2	1464	

9. Десять неотрицательных чисел таковы, что их сумма равна param1, а сумма их квадратов равна param2. Какое **наибольшее** значение может иметь **самое большое** из этих чисел?

param1	param2	Ответ
3	4,5	
3	5,8	
4	5,2	
4	6,5	
5	6,1	

10. Даны неотрицательные целые числа a, b, c такие, что param1 делится на param2. Найдите **минимальное** возможное значение $a + b + c$.

param1	param2	Ответ
$24^a \cdot 6^b \cdot 18^c$	6^{100}	
$54^a \cdot 144^b \cdot 18^c$	6^{100}	
$12^a \cdot 324^b \cdot 48^c$	6^{70}	
$54^a \cdot 6^b \cdot 96^c$	6^{70}	
$108^a \cdot 288^b \cdot 36^c$	6^{220}	