

11 класс

1. На доске написано  $\text{param1}$  чисел. Среди их всевозможных попарных произведений ровно  $\text{param2}$  отрицательных. Какое **наибольшее** количество нулей могло быть среди чисел, написанных на доске?

param1	param2	Ответ
100	1000	
120	2000	
130	3000	
200	6000	
175	4500	

2. Про квадратный трехчлен  $f(x)$  известно, что уравнение  $\text{param1}$  имеет единственный корень и уравнение  $\text{param2}$  имеет единственный корень. Найдите **наименьшее** значение, которое может принимать дискриминант трехчлена  $f(x)$ .

param1	param2	Ответ
$f(x) = 5x - 15$	$f(x) = 21 - 7x$	
$f(x) = 6x - 18$	$f(x) = 9 - 3x$	
$f(x) = 5x - 10$	$f(x) = 8 - 4x$	
$f(x) = 7x - 14$	$f(x) = 6 - 3x$	
$f(x) = 4x - 16$	$f(x) = 24 - 6x$	

3. Найдите сумму квадратов всех чисел  $x$ , для которых оба выражения  $x + \frac{1}{x}$  и  $\text{param1}$  являются целыми.

param1	Ответ
$5x - x^2$	
$6x - x^2$	
$7x - x^2$	
$8x - x^2$	
$9x - x^2$	

4. Пусть  $AK$ ,  $BL$ ,  $CN$  – биссектрисы треугольника  $ABC$ ,  $I$  – точка их пересечения. Известно, что отношения площадей треугольников  $BKN$  и  $CLK$  к площади треугольника  $ABC$  равны, соответственно,  $param1$  и  $param2$ , а отношение  $IK:AI$  равно  $param3$ . Найдите отношение площади треугольника  $ANL$  к площади треугольника  $ABC$ .

param1	param2	param3	Ответ
$\frac{1}{8}$	$\frac{7}{32}$	$\frac{1}{4}$	
$\frac{1}{10}$	$\frac{16}{25}$	$\frac{4}{5}$	
$\frac{27}{160}$	$\frac{7}{64}$	$\frac{3}{16}$	
$\frac{27}{65}$	$\frac{8}{65}$	$\frac{6}{13}$	
$\frac{8}{35}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	

5. Взяли две несократимые дроби. Знаменатель первой из них равен  $param1$ , а второй –  $param2$ . Эти две дроби сложили. Какой **наименьший** знаменатель мог оказаться у дроби, равной этой сумме, после её сокращения? (Сокращение дроби:  $\frac{2}{3} + \frac{8}{15} = \frac{18}{15} = \frac{6}{5}$  – знаменатель после сокращения равен 5.)

param1	param2	Ответ
2200	10300	
4600	7900	
5800	6700	
8200	4300	
9400	3100	

6. Дан клетчатый прямоугольник высоты 4 и ширины  $param1$ . Вася красит какой-то горизонтальный прямоугольник  $1 \times 3$  клетки, а Петя красит какой-то вертикальный прямоугольник  $3 \times 1$  клетки. Найдите вероятность того, что хотя бы одна клетка будет покрашена дважды. Ответ выразите в процентах и округлите до ближайшего целого числа.

param1	Ответ
25	
27	
37	
22	
19	

7. Прямая  $l$  касается окружности  $\omega$  в точке  $K$ . На  $\omega$  выбраны точки  $A$  и  $B$ , лежащие по разные стороны от диаметра  $\omega$ , проходящего через точку  $K$ . Найдите площадь

треугольника  $AKB$ , если расстояния от точек  $A$  и  $B$  до прямой  $l$  равны соответственно  $param1$  и  $param2$ , а  $AK=param3$ . Ответ округлите до целого числа.

param1	param2	param3	Ответ
5	7	9	
5	6	11	
6	9	10	
5	9	7	
7	11	13	

8. Для чисел  $a, b, c$  определим  $S_n = a^n + b^n + c^n$ . Известно, что  $S_1 = param1$ ,  $S_2 = param2$ ,  $S_3 = param3$ . Какое **наибольшее** значение может принимать значение  $param4$ ?

param1	param2	param3	param4	Ответ
2,5	8,25	23,125	$S_{1001}^2 - S_{1000}S_{1002}$	
4,5	22,25	104,625	$S_{737}^2 - S_{736}S_{738}$	
6,5	44,25	294,125	$S_{543}^2 - S_{542}S_{544}$	
8,5	74,25	639,625	$S_{811}^2 - S_{810}S_{812}$	
10,5	112,25	1189,125	$S_{655}^2 - S_{654}S_{656}$	

9. В секции занимается  $param1$  школьников. Каждые два школьника либо дружат, либо враждуют. (Дружба и вражда взаимна. Например, если  $A$  – друг  $B$ , то  $B$  – друг  $A$ .) Оказалось, что каждый школьник враждует ровно с  $param2$  школьниками. Назовем тройку школьников  $A, B, C$  *согласованной*, если все три школьника либо попарно дружат, либо попарно враждуют. Каково наибольшее возможное количество согласованных троек школьников может быть в этой секции? (Две разные согласованные тройки могут иметь общих школьников.)

param1	param2	Ответ
35	12	
37	8	
36	8	
30	10	
40	6	

10. Пусть  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  – арифметическая прогрессия с разностью  $d$  такой, что  $param1$ . Найдите  $\cos^2 a_3$ , если  $\operatorname{tg} a_1 \operatorname{tg} a_2 + \operatorname{tg} a_2 \operatorname{tg} a_3 + \operatorname{tg} a_3 \operatorname{tg} a_4 + \operatorname{tg} a_4 \operatorname{tg} a_5 = param2$ .

param1	param2	Ответ
$\cos d = \sqrt{0,2}$	16	

$\cos d = \sqrt{0,2}$	6	
$\cos d = \sqrt{0,3}$	16	
$\cos d = \sqrt{0,2}$	4	
$\cos d = \sqrt{0,6}$	11	